Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт прикладной физики Российской академии наук

На правах рукописи

Железнов Илья Владимирович

КВАЗИОПТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СТИМУЛИРОВАННОГО ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ И СГУСТКОВ В СВЕРХРАЗМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

01.04.03 – радиофизика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д.ф.-м.н., проф.

Гинзбург Наум Самуилович

Нижний Новгород, 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 6

ГЛАВА 1.КВАЗИОПТИЧЕСКАЯТЕОРИЯУСИЛЕНИЯРЕЛЯТИВИСТСКИМЭЛЕКТРОННЫМПОТОКОМПОВЕРХНОСТНЫХВОЛН,РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯНАДИМПЕДАНСНЫМИПОВЕРХНОСТЯМИ20

1.1.1. Дисперсионное уравнение нормальных ДЛЯ волн, распространяющихся над слабо гофрированной плоской поверхностью 1.1.2. Самосогласованные уравнения, описывающие усиление поверхностной волны релятивистским электронным потоком. Учет влияния пространственного заряда 27 1.1.3. Приближение малого сигнала. Инкременты неустойчивости 30 1.1.4. Моделирование нелинейного режима усиления. Оценки параметров релятивистских усилителей поверхностной волны 45 1.1.5. Переход к приближению фиксированной поперечной структуры поля 49

 1.3.1. Квазиоптическая модель плазменного усилителя поверхностных волн
 65

 1.3.2. Моделирование плазменного усилителя поверхностных волн миллиметрового диапазона
 68

 1.3.3. Моделирование возбуждения плазмонов над поверхностью металлов в инфракрасном диапазоне
 70

2.3. Моделирование генераторов поверхностной волны 104

ГЛАВА 3.ТЕОРЕТИЧЕСКОЕИЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕИССЛЕДОВАНИЕЧЕРЕНКОВСКОГОСВЕРХИЗЛУЧЕНИЯПРОТЯЖЕННЫХЭЛЕКТРОННЫХСГУСТКОВ,ДВИЖУЩИХСЯВСВЕРХРАЗМЕРНЫХ ГОФРИРОВАННЫХ ВОЛНОВОДАХ127

 З.1. Квазиоптическая
 теория
 черенковского
 СИ
 протяженного

 электронного
 сгустка,
 движущегося
 в
 периодически-гофрированном

 цилиндрическом волноводе
 130
 3.1.1.
 Модель и основные уравнения
 130

 З.1.2.
 Черенковское
 СИ
 в
 цилиндрическом гофрированном
 130

<u>3.2</u> . Эн	сспериментальное	наблюдение	генерации	I]	коротковолновых	
сверхизлучательных импульсов на основе возбуждения поверхностных						
волн	релятивистским	электронным	пучком	В	сверхразмерном	
гофри	рованном волновод	ıe	• • • • • • • • • • • • • • • •	••••		

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 146

ЛИТЕРАТУРА	149
Список цитируемой литературы	149
Список публикаций автора по теме диссертации	158

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы

Стимулированное черенковское излучение релятивистских электронных потоков в периодически-гофрированных волноводах широко используется в релятивистской электронике для создания генераторов и усилителей с субгигаваттным и гигаваттным уровнем мощности в сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн [1-19]. Предшествующие теоретические модели таких приборов [3,20-35], как правило, основаны на теории возбуждения волноводов [36,37]. Согласно этой теории поле излучения может быть представлено в виде волноводной моды, которая, при распространении в периодической структуре, в соответствии с теоремой Флоке, записывается в виде суммы пространственных гармоник. Прямолинейно движущийся электронный пучок взаимодействует с одной из этих гармоник в условиях синхронизма черенковского типа: $\omega = (h + n\bar{h})\upsilon$, где ω – частота излучения, h – продольное волновое число основной гармоники, n – номер синхронной пространственной гармоники, $\bar{h} = 2\pi/d$, d – период структуры, υ – поступательная скорость частиц.

Вместе с тем, в последнее время становится актуальной задача освоения на высоком мультимегаваттном уровне мощности коротковолновых, в частности, терагерцового диапазонов. Это неизбежно требует использования сверхразмерных или открытых электродинамических систем, в том числе и в приборах черенковского типа. В таком случае эффективны квазиоптические методы описания электронно-волнового взаимодействия. Применительно к релятивистским черенковским генераторам и усилителям подобный подход развивается в работах [38-45,1а-13а], в которых исследовано возбуждение электронными пучками поверхностных волн, распространяющихся над гофрированными металлическими структурами. В приближении относительно небольшой глубины гофрировки (в масштабе периода структуры и длины волны излучения) дисперсия и связь волн с электронным потоком определяются аналитически. Отметим, что используемое приближение достаточно точно описывает процессы электронно-волнового взаимодействия в случае релятивистских

электронных пучков, когда для организации взаимодействия черенковского типа требуется относительно небольшое замедление волны.

В рамках развиваемой квазиоптической теории отдельный интерес представляет импедансное приближение, позволяющее существенно упростить описание процессов электронно-волнового взаимодействия, когда частота излучения далека от брэгговских резонансов. В указанном приближении все пространственные гармоники, кроме основной, имеют фиксированную структуру поля, соответствующую медленным поверхностным волнам. Амплитуды этих гармоник выражаются через амплитуду основной гармоники алгебраически. В силу того, что пространственные гармоники обладают пренебрежимо малыми потоками мощности, поле излучения имеет практически однонаправленный поток энергии. При этом если вектор Пойнтинга указанного волнового пучка сонаправлен с поступательной скоростью электронов, то реализуются усилительные схемы типа ЛБВ. В альтернативном варианте, когда вектор Пойнтинга направлен навстречу поступательному движению частиц, могут быть реализованы генераторные схемы типа традиционной одномодовой ЛОВ или ЛОВ на поверхностной волне.

Следует отметить, что импедансное приближение, развитию которого посвящена **первая** глава диссертационной работы, широко известно в прикладной электродинамике [46-54] и релятивистской электронике [55-57]. Важным аспектом указанного приближения является использование импедансных граничных условий (ИГУ), которые детерминируют отношение тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на определенным образом выбираемой поверхности. Постановка ИГУ позволяет упростить ряд задач электродинамики посредством исключения из анализа распространения и возбуждения волн заранее определенного поля вне области, ограниченной импедансной поверхностью. К таким задачам относятся не только исследование распространения волн над гофрированными поверхностями идеальных проводников, но и многие другие. В частности, импедансными являются граничные условия Леонтовича, выполняющиеся на поверхности металла с конечной проводимостью [46-48]. При определенных условиях ИГУ также могут быть записаны на границе раздела плазма– вакуум [58-60]. В большинстве вышеперечисленных случаев над импедансными поверхностями происходит формирование медленных поверхностных волн, которые могут синхронно

взаимодействовать с релятивистскими электронными потоками. На этой основе можно обеспечить эффективное усиление коротковолнового излучения. Анализ усилителей поверхностных волн представляет собой актуальную радиофизическую задачу. Как показано в настоящей работе, он может быть проведен в рамках универсальной (с точностью до определения импеданса) квазиоптической модели. В таком приближении в работе развиваются линейная и нелинейная теории коротковолновых усилителей, основанных не только на стимулированном излучении РЭП над гофрированными поверхностями, но и на эффектах резистивной [55,57,61,62] и плазменно-пучковой [59,63,64] неустойчивостей.

Поскольку большинство характерных масштабов изменения амплитуды электромагнитного поля и электродинамических систем изменяются пропорционально длине волны излучения, характерные оптимальные толщины электронных пучков и их расстояния от импедансной поверхности при переходе в коротковолновые диапазоны существенно уменьшаются. Соответственно, последовательный учет полей пространственного заряда электронных потоков в рамках квазиоптической теории является актуальной задачей.

Из характеристик нормальных дисперсионных волн, распространяющихся в сверхразмерных гофрированных волноводах, следует, что при частотах, близких к брэгговскому резонансу (см. далее Рис. 2.4), поле излучения может быть представлено в виде двух встречных волновых пучков, которые имеют противоположно направленные потоки энергии. При анализе возбуждения ВЧ полей релятивистскими электронными потоками в указанных условиях наибольший интерес представляет исследование генераторных режимов, актуальность теоретического анализа которых обусловлена наличием большого числа экспериментальных реализаций генераторов подобного типа, называемых также генераторами колебаний π-вида или многоволновыми черенковскими генераторами (МВЧГ) [3,11,14,65-74]. Релятивистские генераторы поверхностной волны имеют пространство взаимодействия в виде сверхразмерных цилиндрических волноводов, запитываемых РЭП трубчатой геометрии. В то же время в предшествующей квазиоптической теории генераторов поверхностной волны [38,44] анализ проводится в рамках упрощенной планарной модели. Соответственно, актуальной задачей, которой посвящена вторая глава диссертации, является анализ генераторов поверхностной волны на основе гофрированных волноводов цилиндрической геометрии. Учет

кривизны поверхности волновода позволяет провести более точное сравнение с известными экспериментальными результатами. Кроме того, на этой основе может быть проведено теоретическое исследование и обоснована возможность эффективной работы генераторов поверхностной волны цилиндрической геометрии в коротковолновых диапазонах вплоть до субмиллиметрового.

Еще одной актуальной задачей современной релятивистской электроники является исследование генерации ультракоротких импульсов большой мощности на основе эффекта сверхизлучения (СИ) протяженных электронных сгустков [75-81] с характерными длинами порядка длины когерентности, которая в типичных случаях не превышает 10-15 длин волн излучения [76-78]. К настоящему времени наибольшая пиковая мощность ультракоротких импульсов СИ (до 1 ГВт в 8-ми миллиметровом диапазоне и до 3 ГВт в 3-х сантиметровом диапазоне) получена на основе черенковского механизма излучения в режиме возбуждения обратной волны [79,81]. Следует отметить, что в указанных экспериментах использовались гофрированные волноводы с малым фактором сверхразмерности (диаметр волновода порядка длины волны). Соответственно, укорочение длины волны излучения при сохранении фактора сверхразмерности неизбежно приводило к резкому снижению мощности генерируемых импульсов СИ, как вследствие повышения доли омических потерь, так и проблем с транспортировкой пучка. В результате в диапазоне 2-4 мм пиковая мощность импульсов СИ снижалась до 5-10 МВт [79]. В третьей главе диссертации развивается квазиоптическая теория генераторов импульсов черенковского СИ, основанных на возбуждении поверхностных волн в сверхразмерных гофрированных цилиндрических волноводах. На основе указанной теории проведено моделирование и разработан экспериментальный макет генератора СИ, в котором в диапазоне 140 ГГц наблюдалась генерация субнаносекундных импульсов с рекордной пиковой мощностью 50-70 МВт.

Цели и задачи работы

Таким образом, исходя из указанных выше актуальных задач, можно сформулировать следующие основные цели работы:

1. Анализ возможности использования импедансных граничных условий для описания распространения электромагнитных волн над различными поверхностями, включая поверхность идеального металла с периодической гофрировкой, поверхность металла с конечной проводимостью, границу раздела плазма–вакуум.

2. Построение универсальной квазиоптической теории релятивистских черенковских усилителей поверхностной волны (как линейной, так и нелинейной), основанной на использовании импедансных граничных условий. Последовательный учет полей пространственного заряда модулированного электронного потока.

3. Развитие квазиоптической теории черенковских генераторов поверхностной волны, основанных на возбуждении поверхностных волн релятивистскими электронными пучками в периодически гофрированных сверхразмерных цилиндрических волноводах. Сопоставление результатов моделирования с известными экспериментальными данными. Оценка возможности продвижения релятивистских черенковских генераторов поверхностной волны в коротковолновые диапазоны.

4. Моделирование процессов черенковского сверхизлучения протяженных электронных сгустков в сверхразмерных периодически гофрированных волноводах. Создание теоретической базы для проведения экспериментов по генерации субнаносекундных импульсов СИ в режиме возбуждения поверхностных волн в коротковолновой части миллиметрового диапазона.

Научная новизна

1. Развита универсальная квазиоптическая модель, описывающая усиление коротковолнового излучения релятивистскими электронными пучками, движущимися над различными импедансными поверхностями, включая поверхности идеального металла с

периодической гофрировкой, металла с конечной проводимостью и полуограниченной изотропной плазмы.

2. Исследовано влияние полей высокочастотного пространственного заряда на структуру возбуждаемых поверхностных волн и инкременты неустойчивости.

3. Построена квазиоптическая модель генераторов поверхностной волны цилиндрической геометрии, описывающая возбуждение аксиально-симметричных мод ТМ поляризации. Проведено сопоставление результатов моделирования с известными экспериментальными данными, продемонстрировано их хорошее соответствие. Обоснована возможность эффективной работы генераторов поверхностной волны в коротковолновых диапазонах вплоть до субмиллиметрового.

4. На основе проведенного теоретического анализа выполнены эксперименты по генерации субнаносекундных импульсов СИ в режиме возбуждения поверхностных волн, в которых получен рекордный для коротковолновой части миллиметрового диапазона уровень пиковой мощности до 70 МВт.

Практическая значимость диссертационной работы

Практическая значимость диссертационной работы обусловлена ее направленностью на развитие теоретических методов описания усиления и генерации мощного коротковолнового электромагнитного излучения при прямолинейном движении релятивистских электронных потоков и сгустков в различных замедляющих электродинамических системах. Источники электромагнитного излучения большой мощности в широком диапазоне длин волн (от сантиметрового до субмиллиметрового) обладают значительным потенциалом с точки зрения их практического использования в короткоимпульсной радиолокации, системах электронного противодействия, нетепловом воздействии электромагнитных импульсов на различные среды, фотохимии, медицине и т.д. [72,82-85].

Апробация работы

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1а-18а] и обсуждались на международных конференциях «IRMM THz (Майнц, Германия, 2013; Гонконг, Китай, 2015), «Мощное микроволновое излучение и терагерцовые волны: источники и приложения» (Нижний Новгород, 2017), и всероссийских научных конференциях «Проблемы CBЧ электроники» (Москва, 2013), «IX всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн» (Нижний Новгород, 2013), «X всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн» (Нижний Новгород, 2016), а также на внутренних семинарах ИПФ РАН. Результаты докладывались на конкурсе молодых ученых ИПФ РАН 2013 года.

Личный вклад автора в проведенные исследования

Все приведенные в диссертации и вошедшие в работы [1а-18а] результаты получены либо лично соискателем, либо при его непосредственном участии. Аналитические исследования, численное моделирование в рамках усредненных квазиоптических моделей, оценка и оптимизация параметров, а также физическая интерпретация результатов проведены автором самостоятельно при консультативной поддержке научного руководителя Н.С. Гинзбурга и соавторов совместных работ. Численное моделирование в рамках усредненных квазиоптических моделей осуществлено соискателем при использовании программных кодов А.С. Сергеева. Экспериментальные работы по генерации импульсов СИ были выполнены в ИЭФ УрО РАН, автору принадлежит участие в разработке экспериментального макета и интерпретации экспериментальных данных.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и списка трудов автора по теме диссертации. Общий объем диссертации составляет 159 страниц, включая 54 рисунка. Список литературы содержит 110 наименований, список трудов по теме диссертации состоит из 13 статей в реферируемых журналах из списка ВАК и 5 тезисов докладов.

Краткое содержание

Глава 1 посвящена анализу усилителей черенковского типа, основанных на индуцированном излучении прямолинейных релятивистских электронных пучков, движущихся либо над периодически-гофрированными структурами, либо над регулярными поверхностями, на границе которых возможно формирование поверхностных волн. К числу последних относятся металлы с конечной проводимостью (усилители, основанные на эффекте резистивной неустойчивости [55,57,61,62]) и полуограниченная плазма (плазменные усилители [63,64]). Показано, что во всех перечисленных случаях (в условиях определенных упрощающих приближений) анализ процесса усиления может быть проведен в рамках универсальной квазиоптической модели, в которой распространение поверхностных волн описывается параболическим уравнением для амплитуды волнового пучка, дополненным ИГУ для поля на формирующей поверхностную волну границе. Исследование процессов возбуждения поверхностных волн осуществлено посредством анализа самосогласованной нелинейной системы уравнений, основанной на сопряжении задачи распространения волнового пучка с уравнениями движения электронов. Универсальная модель также включает последовательный учет высокочастотного пространственного заряда. Исследование проводилось в рамках модели планарной геометрии в предположении, что релятивистский ленточный электронный пучок движется в свободном пространстве параллельно плоской импедансной поверхности. В рамках линейной теории на основе самосогласованной системы получено общее дисперсионное уравнение, позволяющее определить инкременты неустойчивости в различных случаях. Анализ нелинейной стадии позволил оценить выходные характеристики перечисленных выше моделей черенковских усилителей поверхностных волн в различных частотных диапазонах.

В <u>Разделе 1.1</u> исследован черенковский механизм усиления поверхностных волн релятивистским электронным потоком, движущимся прямолинейно над гофрированной металлической поверхностью. В приближении малой (в масштабе периода и длины волны) глубины гофрировки получены импедансные граничные условия, определена область их применимости при описании распространения излучения. В рамках квазиоптического подхода с использованием импедансных граничных условий получена самосогласованная система уравнений, состоящая из параболического уравнения для амплитуды ТМ-поляризованного волнового пучка и усредненных уравнений движения электронов, в которых действующая на электроны компонента электрического поля записана с учетом наведенных высокочастотных полей пространственного заряда пучка. В приближении малого сигнала получено дисперсионное уравнение, на основании которого найдены инкременты неустойчивости в различных областях параметров. Путем численного моделирования определена эффективность энергообмена на стадии насыщения усиления. Показана возможность использования исследованной схемы для усиления излучения миллиметрового и субмиллиметрового диапазона.

В <u>Разделе 1.2</u> рассматривается эффект резистивной (диссипативной) неустойчивости, которая возникает при движении электронных потоков вблизи поверхностей материалов с конечной проводимостью. При этом в качестве ИГУ используются граничные условия Леонтовича [46-48], определяющие соотношение между тангенциальными компонентами электрического и магнитного полей. В рамках квазиоптического подхода проведен анализ линейной и нелинейной стадий развития неустойчивости. Показано, что исследуемый эффект обусловлен неустойчивостью медленной волны пространственного заряда, имеющей отрицательный знак энергии и нарастающей при наличии диссипации энергии в системе. Продемонстрировано, что на основе эффекта диссипативной неустойчивости могут быть получены достаточно высокие коэффициенты усиления излучения в коротковолновых диапазонах при относительно низкой эффективности энергообмена. Тем не менее, вследствие конструктивной простоты подобная система может представлять определенный практический интерес при разработке усилителей субмиллиметрового диапазона.

В <u>Разделе 1.3</u> исследован эффект усиления релятивистскими электронными потоками поверхностных волн, формирующихся на границе полуограниченной изотропной холодной бесстолкновительной плазмы. Найдены условия, при которых для описания возбуждения и усиления волн на поверхности плазмы может быть использована развиваемая в работе универсальная квазиоптическая модель. В таком случае импеданс, подобно <u>Разделу 1.1</u>, является действительной функцией частоты. Проведено моделирование плазменного усилителя

поверхностных волн миллиметрового диапазона, который может быть реализован при наличии плазмы высокой плотности (до 10¹⁴ см⁻³). Показано, что развитая квазиоптическая теория может возбуждения быть также использована для анализа ленточными релятивистскими электронными плазмонов-поляритонов потоками на поверхности металлов, электродинамические свойства которых определяются в рамках модели свободных электронов (модели Друде-Зоммерфельда [86]). Оценена возможность использования исследованного механизма возбуждения плазмонов-поляритонов для усиления излучения инфракрасного диапазона. Показано, что для реализации такого усилителя требуются электронные пучки с высокой энергией до 15-17 МэВ и предельно высокой плотностью.

В **Приложении** продемонстрирована совместимость граничных условий Леонтовича [46-48] с условиями применимости квазиоптического приближения, в рамках которого электромагнитное поле представляется в виде ТМ-поляризованного волнового пучка, соответствующего суперпозиции распространяющихся под малыми углами к импедансной поверхности волн (скользящее падение). С этой целью использован общий вид граничных условий для электромагнитного поля на границе раздела вакуум-среда в случае падения на нее плоской волны под произвольным углом, представленный в работе В.А. Фока [87].

<u>Глава 2</u> посвящена построению квазиоптической теории черенковских генераторов, основанных на возбуждении поверхностных волн релятивистскими трубчатыми электронными пучками, движущимися в сверхразмерных слабогофрированных цилиндрических волноводах. Прослежен предельный переход к традиционной модели релятивисткой ЛОВ с малоразмерной электродинамической системой. Расчеты, проводимые в рамках усредненной квазиоптической модели, сопоставлены с известными экспериментальными данными [3,14,17]. Показано, что возбуждение поверхностных волн может быть использовано для генерации миллиметрового и субмиллиметрового излучения мультимегаваттного уровня мощности.

В <u>Разделе 2.1</u> получена самосогласованная система уравнений, описывающая возбуждение высокочастотных полей прямолинейными релятивистскими электронными потоками в сверхразмерных слабогофрированных цилиндрических волноводах. В рамках

исходной системы уравнений принята во внимание возможность возбуждения электронными пучками гибридных аксиально-несимметричных волн. Показано, что самосогласованная система уравнений значительно упрощается в предположении возбуждения электронными потоками аксиально-симметричных ТМ мод. Такое упрощение, как следует из сопоставления с результатами PIC моделирования [88] и результатами проведенных ранее экспериментальных исследований [14], допустимо при умеренных сверхразмерностях электродинамических систем ($r_0 / \lambda < 2$, где r_0 – средний радиус волновода, λ – длина волны излучения).

В <u>Разделе 2.2</u> в рамках квазиоптического приближения исследовано распространение симметричных волн ТМ-поляризации в сверхразмерных слабогофрированных волноводах цилиндрической геометрии. Получены дисперсионные характеристики нормальных волн. Проведено сравнение с результатами численного моделирования на основе FIT (Finite Integration Technique) кода CST Studio Suite [88] и показано их хорошее взаимное соответствие при малых глубинах гофра (до $\lambda/10$). Выделены две области параметров, в которых полученное дисперсионное соотношение допускает существенные упрощения. В первой, при выполнении условий брэгговского резонанса, поле излучения представляется в виде двух встречных квазиоптических волновых пучков. Во втором случае, при удалении частоты излучения от брэгговского резонанса, справедливо импедансное приближение, в котором поле излучения представляется преимущественно в виде одного волнового пучка. Если указанный пучок распространяется попутно электронному пучку, то реализуется рассмотренный в <u>Главе 1</u> режим ЛБВ. В противном случае, когда групповая скорость волнового пучка направлена навстречу поступательному движению электронов, реализуется режим ЛОВ.

В условиях брэгтовского резонанса проведен детальный анализ расщепления дисперсионных характеристик нормальных волн в зависимости от глубины гофрировки. Показано, что дисперсионные характеристики нормальных мод TM_{0n} с радиальными индексами n > 1 ни при каких коэффициентах связи не пересекают светового конуса (k = h) в границах первой зоны Бриллюэна, в то время как мода TM_{01} может пересекать световой конус и формировать поверхностную волну. Аналитически определены условия существования

поверхностных волн, определяющие необходимую величину глубины гофрировки при заданных среднем радиусе волновода и периоде гофра.

Проведен учет конечности длины гофрированной области. Рассмотрена краевая задача о собственных поверхностных модах такой системы. На основе пространственно-временного подхода найдены комплексная собственная частота и пространственная структура основной фундаментальной моды. Собственная частота указанной моды лежит вблизи вершины дисперсионной кривой, а составляющие ее встречные парциальные волновые пучки имеют колоколообразное распределение по продольной координате и квазиэкспоненциально спадают по поперечной (радиальной) координате при удалении от гофрированной поверхности.

В <u>Разделе 2.3</u> в предположении возбуждения аксиально-симметричных волн проведен анализ генераторов поверхностной волны с нефиксированными продольной и поперечной (радиальной) структурой поля. Выделены основные приближения, в которых универсальная самосогласованная система уравнений существенно упрощается. Для описания генераторов колебаний π -вида (МВЧГ) использовано представление поля в виде двух встречных волновых пучков, связанных на гофрированной поверхности в условиях брэгговского резонанса. В то же время для анализа генераторов типа ЛОВ (включая традиционную модель ЛОВ [3,31] и ЛОВ на поверхностной волне) использовано импедансное приближение, в котором поле излучения представляет собой волновой пучок, распространяющийся навстречу электронному потоку. Синхронное взаимодействие с электронами пучка при этом осуществляется за счет попутной им пространственной гармоники, с которой ассоциируется пренебрежимо малый поток энергии.

Проведено сравнение результатов моделирования черенковских генераторов на основе усредненной квазиоптической модели с существующими экспериментальными данными [14,17]. Показано, что квазиоптическая модель достаточно точно описывает процессы электронно-волнового взаимодействия как в системах большой сверхразмерности, так и в случае ЛОВ с одномодовыми гофрированными волноводами.

Проведено исследование основных режимов генерации поверхностных волн, соответствующих различным величинам ускоряющих напряжений при сохранении параметров электродинамической системы. Продемонстрировано, что в случае ультрарелятивистских

электронных пучков возможна реализация режимов возбуждения колебаний π-вида (МВЧГ), в которых частота и пространственная структура поля в стационарном режиме генерации близки к собственной моде гофрированного участка волновода конечной длины. При уменьшении энергии электронов реализуются режимы типа ЛОВ на поверхностной волне, в которых частота генерации сдвигается вниз от собственной частоты моды и брэгговской частоты.

Проведена оптимизация параметров генераторов поверхностной волны в зависимости от ускоряющего напряжения в миллиметровом диапазоне длин волн. Определены области параметров, в которых в указанном классе генераторов достигаются минимальные стартовые токи и максимальные КПД.

<u>Глава 3</u> посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию процессов генерации импульсов черенковского сверхизлучения (СИ) при движении протяженных электронных сгустков в сверхразмерных гофрированных цилиндрических волноводах. Показано, что использование таких волноводов позволяет существенно поднять пиковую мощность импульсов СИ в коротковолновых диапазонах.

В <u>Разделе 3.1</u> в рамках квазиоптического подхода получена самосогласованная система усредненных уравнений, описывающая эффект черенковского сверхизлучения протяженного электронного сгустка при прямолинейном движении в сверхразмерном цилиндрическим гофрированном волноводе. На этой основе проведен анализ различных режимов генерации, который включает в качестве предельного случая переход к описанию формирования импульсов СИ в волноводах малой сверхразмерности при возбуждении объемных волн. Для волноводов большой сверхразмерности исследованы режимы возбуждения попутной и встречной поверхностных волн, а также режимы, близкие к возбуждению колебаний π -вида. Проведенный анализ показал, что для генерации импульсов СИ в коротковолновой части миллиметрового диапазона сильноточными субнаносекундными электронными пучками, наиболее привлекателен режим излучения поверхностных волн при оптимальном смещении точки электронно-волнового синхронизма в область возбуждения встречной поверхностной волны.

В Разделе 3.2 приведено сопоставление результатов теоретического исследования генерации импульсов СИ в коротковолновой части миллиметрового диапазона в рамках усредненной квазиоптической модели с результатами моделирования на основе PIC кода CST Studio Suite. Расчеты проводились для коротких электронных пучков с типичными для ускорителя «РАДАН 303» параметрами: ток 2 кА, энергия частиц 350 кэВ, длительность электронного импульса до 500пс. Электродинамическая система представляла собой сверхразмерный гофрированный волновод с диаметром 7.5 мм, глубиной гофрировки 0.36 мм, периодом гофра 0.825 мм и длиной гофрированной области 25 мм. Проведенный теоретический анализ лег в основу экспериментов, проведенных в ИЭФ Уро РАН (Екатеринбург) на базе ускорителя «РАДАН 303», в которых наблюдалась генерация субнаносекундных импульсов черенковского сверхизлучения в режиме возбуждения поверхностных волн. В результате экспериментальных исследований были получены импульсы СИ с центральной частотой 140 ГГц, длительностью 150 пс и экстремально большими для заданного диапазона пиковыми мощностями 50-70 МВт. Характеристики наблюдаемых импульсов СИ находились в хорошем соответствии с результатами теоретического анализа, что открывает возможности дальнейшего повышения частоты импульсов СИ при подержании пиковой мощности на мультимегаваттном уровне.

<u>ГЛАВА 1</u>

КВАЗИОПТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УСИЛЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ НАД ИМПЕДАНСНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Данная глава посвящена развитию квазиоптического подхода применительно к усилителям черенковского типа, основанных на индуцированном излучении прямолинейных релятивистских электронных пучков, движущихся либо над периодически-гофрированными структурами, либо над регулярными поверхностями, на границе которых возможно формирование поверхностных волн. К числу последних относятся металлы и полуограниченная плазма.

При этом во всех перечисленных выше случаях для описания распространения волн используется импедансное приближение, в рамках которого отношение тангенциальных компонент электрического и магнитного полей задается либо на границе раздела материалвакуум, либо, в случае периодических структур, на определенным образом выбираемой регулярной поверхности. Подобное упрощающее предположение значительно облегчает построение теоретической модели, поскольку анализ самосогласованной задачи электронноволнового взаимодействия проводится только в свободном пространстве. Электромагнитные поля, существующие внутри однородной среды либо внутри гофрированной области, исключаются из анализа и заменяются соответствующими граничными условиями.

В принципе, подобный подход достаточно широко известен в СВЧ электронике [55-57]. Особенностью данной работы является его совмещение с квазиоптическим приближением, которое используется для описания распространения излучения в свободном пространстве. Очевидно, что квазиоптическое приближение представляет интерес, прежде всего, для усиления электронными потоками коротковолнового излучения, когда в качестве волноведущих трактов используются сверхразмерные многомодовые волноводы. При этом, поскольку во всех исследуемых ниже примерах возбуждаются поверхностные волны, экспоненциально спадающие при удалении от границ среды и электронного пучка, в качестве предельного случая естественно рассмотреть излучение ленточных электронных пучков в полубезграничном пространстве.

В <u>Разделе 1.1</u> подобный анализ проведен для усилителя, в котором ленточный РЭП возбуждает медленные поверхностные волны, распространяющиеся над слабогофрированной поверхностью идеально проводящего металла. В <u>Разделе 1.2</u> анализируется возможность усиления излучения на основе резистивной неустойчивости электронного пучка при его прямолинейном движении над регулярной поверхностью металла с конечной проводимостью. В этом случае для описания среды используется импедансное граничное условие Леонтовича [46-48]. В <u>Разделе 1.3</u> развивается теория плазменного усилителя поверхностных волн, в котором электронный поток движется прямолинейно над границей изотропной плазмы. В такой системе импедансное приближение корректно при описании возбуждения волн с частотами много меньше плазменной частоты.

<u>1.1</u> Квазиоптическая теория усилителей, основанных на индуцированном черенковском излучении ленточных РЭП, движущихся над периодически гофрированной плоской поверхностью

<u>1.1.1</u> Дисперсионное уравнение для нормальных волн, распространяющихся над слабо гофрированной плоской поверхностью идеального металла. Импедансное приближение

Для полноты изложения, следуя работам [23,31], выведем граничное условие для ТМполяризованных электромагнитных волн над поверхностью идеального проводника, имеющего малые деформации, задаваемые функцией y = l(z) (<u>Рис. 1.1</u>). В рассматриваемой двумерной геометрии высокочастотное поле имеет следующие компоненты:

$$H_{x} = \operatorname{Re}\left(H_{x}^{\omega}(y,z)e^{i\omega t}\right), \quad E_{y} = \operatorname{Re}\left(E_{y}^{\omega}(y,z)e^{i\omega t}\right), \quad E_{z} = \operatorname{Re}\left(E_{z}^{\omega}(y,z)e^{i\omega t}\right). \tag{1.1}$$



<u>Рис. 1.1.</u> Иллюстрация к методу эффективных граничных условий. Разрез плоскостью *x* = 0 однородной по оси *x* границы раздела металл – вакуум. Штриховой линией обозначена прямая *y* = 0.

Деформированную поверхность идеального проводника можно заменить плоскостью с заданными на ней эффективными граничными условиями. Очевидно, что в любом сечении по z на исходной поверхности l(z) должно выполняться граничное условие для тангенциальной компоненты электрического поля $E_{t'} = 0$. В случае гладких деформаций это условие можно записать в эквивалентном виде

$$E_z^{\omega}\left(y\right) + \frac{dl}{dz} E_y^{\omega}\left(y\right) = 0.$$
(1.2)

Представим поля в виде рядов Тейлора по величине деформации

$$E_{z,y}^{\omega}\left(y\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{l^n}{n!} \frac{\partial^n E_{z,y}^0}{\partial y^n},\tag{1.3}$$

где $E_{z,y}^0 = E_{z,y}^{\omega}|_{y=0}$. Тогда из (1.2) с учетом (1.3) получим граничное условие, которое ставится на регулярной поверхности y = 0

$$E_z^0 = -\sum_{n=1}^\infty \frac{l^n}{n!} \frac{\partial^n E_z^0}{\partial y^n} - \frac{dl}{dz} \sum_{n=0}^\infty \frac{l^n}{n!} \frac{\partial^n E_y^0}{\partial y^n}.$$
(1.4)

Поскольку деформации считаются малыми по отношению ко всем характерным масштабам изменения полей (|*l*|<< λ, где λ – длина волны), оставим в правой части (1.4) только члены первого порядка малости по параметру |*l*|/λ

$$E_z^0 = -l\frac{\partial E_z^0}{\partial y} - \frac{dl}{dz}E_y^0 = -l\left(\frac{\partial E_z^0}{\partial y} - \frac{dE_y^0}{dz}\right) - \frac{d}{dz}\left(lE_y^0\right).$$
(1.5)

Учитывая, что

$$-ikH_x^0 = \frac{\partial E_z^0}{\partial y} - \frac{dE_y^0}{dz},$$
(1.6)

где $k = \omega / c$, перепишем (1.5) в виде

$$E_{z}^{0} = ilkH_{x}^{0} - \frac{d}{dz}\left(lE_{y}^{0}\right).$$
(1.7)

Заметим, что соотношение (1.7) следует рассматривать как частный случай граничного условия Каценеленбаума [89]. Как показано в [23], определяемую соотношением (1.7) величину продольного электрического поля на границе обеспечивает введение эффективного поперечного поверхностного магнитного тока

$$i_{x}^{m\omega}(z) = \frac{c}{4\pi} \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(l(z) E_{y}^{0} \right) - ikl(z) H_{x}^{0} \right).$$
(1.8)

В рамках рассматриваемых в работе задач об излучении электронного пучка, движущегося над гофрированной поверхностью, представляет интерес только решение в области *y* > 0.

В планарной геометрии уравнения Максвелла с учетом поверхностного магнитного тока (1.8) и объемного продольного электрического тока могут быть представлены в виде

$$\frac{\partial H_x^{\omega}}{\partial z} = i \frac{\omega}{c} E_y^{\omega},$$

$$\frac{\partial H_x^{\omega}}{\partial y} = -i \frac{\omega}{c} E_z^{\omega} - \frac{4\pi}{c} j_z^{e\omega},$$

$$\frac{\partial E_y^{\omega}}{\partial z} - \frac{\partial E_z^{\omega}}{\partial y} = i \frac{\omega}{c} H_x^{\omega} + \frac{4\pi}{c} i_x^{m\omega} \delta(y),$$
(1.9)

и сведены к одному уравнению Гельмгольца для компоненты магнитного поля

$$\Delta H_x^{\omega} + \frac{\omega^2}{c^2} H_x^{\omega} = i\omega \frac{4\pi}{c^2} i_x^{m\omega} \delta(y) - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j_z^{e\omega}}{\partial y}, \qquad (1.10)$$

где $\delta(y)$ – дельта-функция, $j_z^{e\omega} = \langle j_z^e \exp(-i\omega t) \rangle$ – амплитуда гармоники *z*-компоненты объемного электрического тока j_z^e (угловые скобки означают усреднение по времени).

В отсутствии электронного потока ($j_z^{eo} = 0$), пользуясь уравнением (1.10), исследуем распространение волн в случае синусоидально гофрированной плоской поверхности с малой глубиной гофрировки (<u>Puc. 1.2</u>)

$$l(z) = l_0 \cos(hz), \tag{1.11}$$

где $\overline{h} = 2\pi/d$, d – период гофра, l_0 – амплитуда гофра, малая в масштабе длины волны и периода гофрировки



<u>Рис. 1.2.</u> Схема усилителя поверхностной волны: 1 – релятивистский электронный пучок, 2 – гофрированная металлическая поверхность.

$$l_0 \ll \lambda, d. \tag{1.12}$$

С учетом периодичности гофра представим магнитное поле в виде ряда пространственных гармоник [35,47]:

$$H_x^{\omega} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} H_s(y, z) e^{-i(k+s\overline{h})z}.$$
(1.13)

Поскольку электродинамическая система (<u>Рис. 1.2</u>) является «открытой» (на практике существенно сверхразмерной по поперечной координате *y*), будем считать, что для полей выполнено квазиоптическое приближение

$$\left|\frac{\partial H_s}{\partial z}\right| << \left|\left(k+s\bar{h}\right)H_s\right|. \tag{1.14}$$

В отсутствии электронного потока ($j_z^e = 0$) компоненты электрического поля определяются выражениями:

$$E_{y}^{\omega} = -\sum_{s=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k} (k+s\bar{h}) H_{s} e^{-i(k+s\bar{h})z}, \qquad (1.15)$$

$$E_z^{\omega} = \frac{i}{k} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \frac{\partial H_s}{\partial y} e^{-i(k+s\bar{h})z}.$$
(1.16)

Подставляя разложение полей (1.13),(1.15),(1.16) в уравнение (1.10) и ограничиваясь учетом только низших (s = 0 и $s = \pm 1$) пространственных гармоник в предположении малой глубины гофра [23], получим, что амплитуды указанных гармоник связаны уравнениями:

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} = -i\alpha \delta(y) [H_1 - H_{-1}], \qquad (1.17)$$

$$\pm \frac{\partial H_{\pm 1}}{\partial z} + \frac{i}{2(\overline{h} \pm k)} \frac{\partial^2 H_{\pm 1}}{\partial y^2} - i \frac{\overline{h^2} \pm 2k\overline{h}}{2(\overline{h} \pm k)} H_{\pm 1} = \mp i\alpha \frac{k}{\overline{h} \pm k} \delta(y) H_0, \qquad (1.18)$$

где $\alpha = l_0 \overline{h} / 4$ – коэффициент связи.

Для безграничной в продольном направлении системы решение уравнений (1.17),(1.18) следует искать в виде

$$H_{0,\pm 1} = \hat{H}_{0,\pm 1} e^{-i\Gamma_{z} - g_{0,\pm 1}y} \,. \tag{1.19}$$

В результате приходим к дисперсионному уравнению

$$\Gamma = 8k^3 \alpha^4 \left(\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_{-1}}\right)^2.$$
(1.20)

Здесь

$$g_0 = \sqrt{2k\Gamma},\tag{1.21}$$

$$g_{\pm 1} = \sqrt{\left(k \pm \overline{h}\right)^2 - k^2 + 2\left(k \pm \overline{h}\right)\Gamma}$$
(1.22)

– поперечные декременты пространственных гармоник.

Следующая из уравнения (1.20) дисперсионная характеристика нормальной волны $\Gamma(k)$ показана на <u>Рис. 1.3</u> красной линией. Поправка к волновому числу Γ характеризует замедление поверхностной волны: $\beta_{ph} = k/h \approx 1 - \Gamma/k$. Очевидно, что при $\Gamma > 0$ волна замедленная, и, следовательно, является поверхностной прижатой волной. В условиях, когда частота волны

далека от брэгговского резонанса $|\bar{h}-2k|\sim \bar{h}$, выполнены неравенства $|((k\pm\bar{h})^2-k^2)/2(k\pm\bar{h})|>>\Gamma$. Тогда декременты поперечного спадания (1.22) можно приближенно переписать в виде

$$g_{\pm 1} \approx \sqrt{\left(k \pm \overline{h}\right)^2 - k^2}.$$
(1.23)

Соответственно, в уравнениях (1.18) можно пренебречь производными по продольной координате, записав решение этих уравнений в явном виде

$$H_{\pm 1} = \hat{H}_{\pm 1} e^{-g_{\pm 1}y}, \text{ где } \hat{H}_{\pm 1} = \pm 2\alpha \frac{k}{g_{\pm 1}} H_0 \big|_{y=0}.$$
(1.24)

В результате система (1.17),(1.18) сводится к одному уравнению

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} + i\chi \delta(y) H_0 = 0.$$
(1.25)

Здесь

$$\chi = 2\alpha^2 \Phi(k), \text{ где } \Phi(k) = \frac{k}{\sqrt{(k+\bar{h})^2 - k^2}} + \frac{k}{\sqrt{(k-\bar{h})^2 - k^2}}.$$
 (1.26)

Данное приближение (1.25) назовем импедансным [3а], а величину χ – поверхностным импедансом¹, поскольку из уравнения (1.25) следует, что связь между электрическим и магнитным полем на поверхности имеет локальный характер типа

$$\frac{i}{2k} \frac{\partial H_0}{\partial y}\Big|_{y=0} = -i\chi H_0\Big|_{y=0}, \text{ t.e. } E_z^{\omega} = -2i\chi H_x^{\omega}.$$
(1.27)

В описанном приближении дисперсионное уравнение (1.20) упрощается и принимает вид функциональной зависимости

$$\Gamma(k) = 2k\chi(k)^2. \tag{1.28}$$

При этом поперечный декремент спадания нулевой гармоники пропорционален величине импеданса ($g_0 = 2k\chi$). На <u>Рис. 1.3a</u> при $\alpha = 0.4$ синей штриховой линией показана

¹ Отметим, что введенный поверхностный импеданс отличается от стандартного определения волнового импеданса [36] на множитель 2*i*. Это сделано с целью упрощения дальнейшего аналитического анализа, поскольку в таком случае при $k < \overline{h}/2$ импедансная функция является чисто действительной величиной.

дисперсионная характеристика, полученная в рамках импедансного приближения (1.28). При этом функция $\Phi(k)$, определяющая зависимость величины импеданса от частоты, приведена на <u>Рис. 1.36</u>. Очевидно, что импедансное приближение справедливо вдали от брэгговского резонанса и нарушается, когда частота излучения становится близка к брэгговской частоте $k \approx \overline{h}/2$, а импеданс $\chi \sim \Phi(k) \rightarrow \infty$.



<u>Рис. 1.3.</u> (а) Дисперсионная диаграмма: штриховая черная линия – световой конус, красная линия – дисперсионная характеристика нормальной поверхностной волны, определяемая уравнением (1.20) при α = 0.4, синяя штриховая линия – то же в импедансном приближении (1.28), зеленая линия – характеристика электронного пучка (ω = hυ₀). (б) Импеданс как функция частоты.

<u>1.1.2</u> Самосогласованные уравнения, описывающие усиление поверхностной волны релятивистским электронным потоком. Учет влияния пространственного заряда

Рассмотрим взаимодействие прямолинейно движущегося релятивистского электронного пучка с поверхностной волной, которая, как было показано в <u>П. 1.1.1</u>, является собственной модой, формирующейся вблизи слабогофрированной поверхности идеального проводника. Электроны движутся с продольной скоростью $\upsilon_0 = \beta_0 c$ параллельно поверхности вдоль направления ведущего магнитного поля (<u>Рис. 1.2</u>, <u>Рис. 1.3</u>). В этих условиях группировка

частиц происходит под действием продольной компоненты электрического поля, которая, согласно (1.9), может быть представлена в виде

$$E_{z} = \operatorname{Re}\left(\frac{i}{k}\left(\frac{\partial H_{0}}{\partial y} + \frac{4\pi}{c}j_{z}^{e\omega}\right)e^{i(\omega t - kz)}\right).$$
(1.29)

Важно подчеркнуть, что в случае ленточных электронных пучков малой толщины и большой плотности продольная компонента наводимого в электронном пучке высокочастотного тока j_z оказывает существенное влияние на величину действующего поля E_z . Продольное движение и группировка релятивистских частиц описывается уравнениями [3]:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial z} = -\frac{e}{mc^2} E_z, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = k \left(\frac{1}{\beta(\gamma)} - 1 \right), \tag{1.30}$$

где $mc^2\gamma(y, z, \theta_0)$ – энергия электрона, $\beta(\gamma) = (1 - \gamma^{-2})^{1/2}$, $\theta(y, z, \theta_0)$ – его фаза в поле синхронной волны, θ_0 характеризует момент влета электрона в пространство взаимодействия $t(y, z = 0, \theta_0) = \theta_0 / \omega$. В приближении относительно малого изменения энергии частиц $(\gamma - \gamma_0) / \gamma_0 \ll 1$ уравнения движения (1.30) упрощаются и трансформируются к виду [3]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{\mu e}{mc^2 \gamma_0} \operatorname{Re}\left(i \frac{\partial H_0}{\partial y} e^{i\theta} + \frac{4\pi i}{c} j_z^{e\omega} e^{i\theta}\right),\tag{1.31}$$

где μ = γ₀⁻²β₀⁻³ – параметр инерционной группировки. В случае первоначально моноэнергетического электронного пучка, равномерно распределенного по фазам влета, граничные условия к уравнению (1.31) имеют вид

$$\theta\Big|_{z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad \frac{\partial \theta}{\partial z}\Big|_{z=0} = \Delta, \tag{1.32}$$

где $\Delta = k \beta_0^{-1} (1 - \beta_0) -$ расстройка синхронизма.

Для описания возбуждения поверхностных волн электронным пучком в уравнение (1.25), в соответствии с (1.10), следует добавить синхронную гармонику $j_z^{e\omega}$ объемного электронного тока. Ток, наводимый в пучке в результате взаимодействия с электромагнитным полем, представляет собой периодическую функцию времени с периодом $T = 2\pi/\omega$. Соответственно, он может быть разложен в ряд Фурье

$$j_{z}^{e} = j_{0} + \operatorname{Re} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} j_{z}^{eno} e^{in\omega t}, \qquad (1.33)$$

где для гармоник с учетом закона сохранения заряда имеем

$$j_{z}^{en\omega} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} j_{z}^{e} e^{-in\omega t} d\omega t = \frac{j_{0}}{\pi} \int_{0}^{2\pi} e^{-in\omega t} d\omega t_{0}.$$
 (1.34)

Невозмущенное распределение тока по поперечной координате у представим в виде $j_0 = -I_0 f(y)/b_e$, где I_0 – погонный ток пучка, f(y) – функция, описывающая распределение тока, $b_e = \int_0^\infty f(y) dy$ – эффективная толщина пучка.

Учитывая задаваемый (1.33),(1.34) объемный электрический ток $j_z^{eo} \neq 0$ в уравнении (1.10) и представляя его решение в виде (1.13), приведем в импедансном приближении уравнение для основной гармоники поля к виду

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} + i\chi \delta(y) H_0 = i \frac{2\pi I_0}{kc} \frac{1}{b_e} \frac{\partial}{\partial y} (f(y)J)$$
(1.35)

(ср. с (1.25)), где $J = \pi^{-1} \int_{0}^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta_0$ – амплитуда высокочастотного электронного тока, определяемая на основе решения уравнений движения (1.31). Для уменьшения числа независимых параметров в уравнениях (1.31) и (1.35) целесообразно ввести параметр усиления

$$G = \left(2\sqrt{2}\frac{eI_0}{mc^3}\frac{\mu}{\gamma_0}\lambda\right)^{\frac{2}{3}},\tag{1.36}$$

являющийся аналогом параметра Пирса [3,31], и нормировать на него остальные переменные и параметры:

$$Z = Gkz, \ Y = \sqrt{2G}ky, \ B_e = \sqrt{2G}kb_e,$$

$$\hat{\chi} = \sqrt{\frac{2}{G}}\chi, \ C = \frac{\sqrt{2}e\mu}{mc^2\gamma_0 kG^{3/2}} H_0, \ F(Y) = f(y).$$
 (1.37)

В новых переменных самосогласованная система уравнений (1.31),(1.35) с граничными условиями (1.32) перепишется в виде

$$\frac{\partial C}{\partial Z} + i \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} + i \hat{\chi} \delta(Y) C = i \frac{1}{B_e} \frac{\partial}{\partial Y} (F(Y)J), \qquad (1.38)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = \operatorname{Re}\left(i\frac{\partial C}{\partial Y}e^{i\theta} - i\frac{1}{B_e}(F(Y)J)e^{i\theta}\right),\tag{1.39}$$

$$\theta\Big|_{Z=0} = \theta_0 \in \left[0, 2\pi\right), \frac{\partial \theta}{\partial Z}\Big|_{Z=0} = \hat{\Delta}, \text{ где } \hat{\Delta} = \Delta / kG.$$
(1.40)

Для описания усиления стационарным первоначально немодулированным электронным потоком внешнего сигнала, который представляет собой квазиоптический волновой пучок, падающий на систему в сечении Z = 0 (см. <u>Рис. 1.2</u>), граничные условия (1.40) к уравнениям (1.38),(1.39) должны быть дополнены условием для поля падающей волны

$$C_{Z=0} = C_0(Y). (1.41)$$

Самосогласованная система уравнений (1.38)-(1.41) позволяет моделировать как линейную, так и нелинейную стадии электронно-волнового взаимодействия. При этом электронный КПД (относительная доля кинетической мощности электронного потока, преобразующаяся в излучение) определяется соотношениями

$$\eta = \frac{G\hat{\eta}}{\mu \left(1 - \gamma_0^{-1}\right)},\tag{1.42}$$

где

$$\hat{\eta} = \frac{1}{2\pi B_e} \int_{0}^{B} \int_{0}^{2\pi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} - \hat{\Delta} \right) \bigg|_{Z=L} F(Y) d\theta_0 dY -$$
(1.43)

приведенный КПД, *L* = *Gkl*_z. Из уравнений (1.38),(1.39) следует закон сохранения энергии в системе «пучок – волна»

$$\hat{P}(Z) - \hat{P}(0) = 4\hat{\eta},$$
 (1.44)

где $\hat{P} = \int_0^\infty |C|^2 dY$ – нормированная мощность, переносимая волной. В реальных переменных мощность излучения выражается соотношением

$$P = \frac{1}{8\sqrt{2\lambda}} \left(\frac{m^2 c^5}{e^2}\right) \left(\frac{\gamma_0}{\mu}\right)^2 G^{5/2} \hat{P}.$$
(1.45)

Коэффициент усиления по мощности определяется как

$$K = \hat{P}(Z) / \hat{P}(0).$$
 (1.46)

1.1.3 Приближение малого сигнала. Инкременты неустойчивости

В приближении малого сигнала [3] линеаризуем уравнения движения частиц (1.39). Считая смещения фаз электронов малыми $\theta = \theta_0 + \vartheta$, где $|\vartheta| << 1$, электрический объемный ток в правой части уравнения возбуждения можно переписать в виде: $J = -i\pi^{-1} \int_0^{2\pi} \vartheta \exp(-i\theta_0) d\theta_0$. Тогда, интегрируя (1.39) по фазам влета θ_0 , получим систему уравнений, описывающую линейную стадию усиления:

$$\frac{\partial C}{\partial Z} + i \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} + i \hat{\chi} \delta(Y) C = i \frac{1}{B_e} \frac{\partial}{\partial Y} (F(Y) J), \qquad (1.47)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + i\hat{\Delta}\right)^2 J = \frac{\partial C}{\partial Y} - \frac{1}{B_e} F(Y) J.$$
(1.48)

Заметим, что последний член в правой части уравнения (1.48) обусловлен влиянием пространственного заряда электронного пучка. Этот член возникает при учете продольной компоненты электрического тока в выражении для действующего поля (1.29).

На основании системы линейных уравнений (1.47),(1.48) получим дисперсионное соотношение для системы: ленточный электронный пучок, невозмущенная плотность которого однородна по всей ширине *B*_e

$$F(Y) = \begin{cases} 1, Y \in [B_0, B_0 + B_e], \\ 0, Y \notin [B_0, B_0 + B_e], \end{cases}$$
(1.49)

движется на расстоянии B_0 над безграничной по продольной координате Z импедансной поверхностью (<u>Рис. 1.2</u>). Представив функции в виде $C, J = \tilde{C}, \tilde{J} \exp(-i\hat{\Gamma}Z)$, из уравнения (1.48) имеем:

$$\tilde{J} = -\frac{1}{\left(\hat{\Delta} - \hat{\Gamma}\right)^2 - B_e^{-1}F(Y)}\frac{d\tilde{C}}{dY}.$$
(1.50)

С учетом (1.50) система уравнений (1.47),(1.48) преобразуется к одному дифференциальному уравнению второго порядка

$$-\hat{\Gamma}\tilde{C} + \frac{d^{2}\tilde{C}}{dY^{2}} + \hat{\chi}\delta(Y)\tilde{C} = -\frac{1}{B_{e}}\frac{d}{dY}\left(\frac{1}{\left[\left(\hat{\Delta}-\hat{\Gamma}\right)^{2}-B_{e}^{-1}F(Y)\right]}F(Y)\frac{d\tilde{C}}{dY}\right),$$
(1.51)

из которого следуют граничные условия для магнитного поля на краях пучка и на гофрированной поверхности. Принимая во внимание функцию распределения тока по координате *Y* (1.49), приведем граничные условия к виду

$$\left(\frac{d\tilde{C}}{dY} + \hat{\chi}\tilde{C}\right)\Big|_{Y=0} = 0, \qquad (1.52)$$

$$\frac{d\tilde{C}}{dY}\Big|_{Y=B_0+\tilde{\varepsilon}} - \frac{d\tilde{C}}{dY}\Big|_{Y=B_0-\tilde{\varepsilon}} = -\frac{1}{B_e} \frac{1}{\left(\hat{\Delta}-\hat{\Gamma}\right)^2 - B_e^{-1}} \frac{d\tilde{C}}{dY}\Big|_{Y=B_0+\tilde{\varepsilon}},$$
(1.53)

$$\frac{d\tilde{C}}{dY}\Big|_{Y=B_0+B_e+\tilde{\varepsilon}} - \frac{d\tilde{C}}{dY}\Big|_{Y=B_0+B_e-\tilde{\varepsilon}} = \frac{1}{B_e} \frac{1}{\left(\hat{\Delta}-\hat{\Gamma}\right)^2 - B_e^{-1}} \frac{d\tilde{C}}{dY}\Big|_{Y=B_0+B_e-\tilde{\varepsilon}}.$$
(1.54)

Здесь $\tilde{\varepsilon} \to 0$ – малая величина, характеризующая значения величин по обе стороны границы. Первое условие (1.52) представляет собой импедансное граничное условие и, фактически, учитывает гофрировку поверхности. Условия (1.53),(1.54) описывают разрывы производной магнитного поля на границах электронного пучка. Важно подчеркнуть, что при этом действующее на электроны продольное электрическое поле $E_z \sim \partial \tilde{C} / \partial Y - B_e^{-1}(F(Y)\tilde{J})$ на границе пучка конечной плотности остается непрерывным.

Представляя решения уравнения (1.51) вовне и внутри электронного пучка в виде

$$\tilde{C}(Y) = \begin{cases} C_1 e^{-\hat{g}Y}, Y > B_0 + B_e, \\ C_2 e^{-\kappa Y} + C_3 e^{\kappa Y}, Y \in [B_0, B_0 + B_e], \\ C_4 e^{-\hat{g}Y} + C_5 e^{\hat{g}Y}, Y \in (0, B_0), \end{cases}$$
(1.55)

где

$$\hat{g} = \sqrt{\hat{\Gamma}}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{\hat{\Gamma}\left(B_e\left(\hat{\Delta}-\hat{\Gamma}\right)^2-1\right)}{B_e\left(\hat{\Delta}-\hat{\Gamma}\right)^2}} -$$
(1.56)

соответствующие комплексные поперечные декременты. С учетом граничных условий (1.52)-(1.54) получим дисперсионное уравнение в общем виде:

$$\kappa \left[\nu - 1\right] \left(1 + \frac{1}{B_e \left(\hat{\Delta} - \hat{\Gamma}\right)^2 - 1}\right) + \hat{g} \frac{\left(\left(\hat{g} + \hat{\chi}\right)e^{-\hat{g}B_o} - \left(\hat{g} - \hat{\chi}\right)e^{\hat{g}B_o}\right)}{\left(\left(\hat{g} + \hat{\chi}\right)e^{-\hat{g}B_o} + \left(\hat{g} - \hat{\chi}\right)e^{\hat{g}B_o}\right)} \left[\nu + 1\right] = 0, \quad (1.57)$$

где

$$\nu = \frac{\left(\kappa - \hat{g}\right) \left(B_e \left(\hat{\Delta} - \hat{\Gamma}\right)^2 - 1\right) + \kappa}{\left(\kappa + \hat{g}\right) \left(B_e \left(\hat{\Delta} - \hat{\Gamma}\right)^2 - 1\right) + \kappa} e^{-2\kappa B_e}.$$
(1.58)

В случае предельно тонкого ленточного электронного пучка ($\kappa B_e \ll 1$)

$$\mathbf{v} \approx -1 - 2\kappa B_e \left(\left(\hat{\Delta} - \hat{\Gamma} \right)^2 \hat{g}^{-1} - 1 \right), \tag{1.59}$$

и дисперсионное уравнение (1.57) редуцируется к виду:

$$\left(\hat{\Delta} - \hat{\Gamma}\right)^{2} \left(\hat{g} - \hat{\chi}\right) = -\frac{\hat{g}}{2} e^{-\hat{g}B_{0}} \left(\left(\hat{g} + \hat{\chi}\right) e^{-\hat{g}B_{0}} - \left(\hat{g} - \hat{\chi}\right) e^{\hat{g}B_{0}} \right).$$
(1.60)

При анализе дисперсионных уравнений (1.57) и (1.60) следует заметить, что продольные и поперечные волновые числа при учете взаимодействия с электронным пучком являются, вообще говоря, комплексными. В общем случае эти уравнения допускают счетное множество решений. С точки зрения усиления представляют интерес решения, удовлетворяющие следующим критериям:

Re
$$\hat{g} > 0$$
 и Im $\hat{g} > 0$. (1.61)

Такие решения соответствуют прижатой моде, амплитуда которой спадает по *y* при удалении от пучка и гофрированной поверхности, и которая имеет поток энергии, направленный от пучка к периферии. Поскольку $\hat{\Gamma} = \hat{g}^2$, такая мода обладает положительным продольным инкрементом

$$\operatorname{Im}\hat{\Gamma} = 2\operatorname{Im}\hat{g}\operatorname{Re}\hat{g} > 0. \tag{1.62}$$

Более подробно рассмотрим случай бесконечно тонкого электронного пучка. Линейная стадия усиления описывается уравнением (1.60), которое содержит три независимых нормированных параметра: $\hat{\Delta}$, $\hat{\chi}$ и B_0 . На <u>Рис. 1.4</u> представлены наименьшие по абсолютному значению корни уравнения (1.60). Отметим, что лишь один из них, обозначенный индексом «1» на врезках с увеличенным масштабом, удовлетворяет условиям (1.61),(1.62). Все прочие корни, которые по абсолютной величине превосходят отображенные на <u>Рис. 1.4</u>, расположены в левой комплексной полуплоскости Re $\hat{g} < 0$.



<u>Рис. 1.4.</u> Наименьшие по абсолютному значению корни уравнения (1.60). (а) Нормированные поперечные декременты (волновые числа) решений, (б) поправка к продольному волновому числу. Единственное решение, удовлетворяющее условиям (1.61),(1.62), соответствует номеру «1» на врезках с увеличением; χ̂ = 3, Δ̂ = 9, B₀ = 0.1.

Распределения амплитуд магнитного поля и действующей на электроны продольной компоненты электрического поля для решения «1» приведены на <u>Рис. 1.5</u>. Как уже отмечалось, в случае бесконечно тонкого ленточного электронного пучка и наводимого в нем продольного поверхностного тока магнитное поле H_x в соответствии с уравнениями Максвелла испытывает скачок, в то время как действующее на частицы продольное электрическое поле E_z остается непрерывным.



<u>Рис. 1.5.</u> Нормированные поперечные структуры модулей амплитуд магнитного поля H_x (красная линия) и продольной компоненты электрического поля E_z (синяя линия) для случая бесконечно тонкого электронного пучка, движущегося на расстоянии $B_0 = 0.1$ от импедансной

поверхности при
$$\hat{\chi} = 3$$
, $\hat{\Delta} = 9$.

Приближение фиксированной поперечной структуры поля

Следует отметить, что в случае больших нормированных значений импеданса $\hat{\chi}$, которым, фактически, соответствуют малые значения тока инжекции, можно представить решение дисперсионного уравнения (1.60) в виде

$$\hat{g} = \hat{\chi} - \xi, \tag{1.63}$$

где $|\xi| \ll \hat{\chi}, B_0^{-1}$. С учетом (1.63) дисперсионное уравнение (1.60) преобразуется к канонической для черенковских усилителей типа «О» форме алгебраического уравнения третьего порядка (см. [3,36]):

$$\left(\Delta_{eff} - \hat{\xi}\right)^2 \hat{\xi} = 1, \tag{1.64}$$

где $\Delta_{eff} = 2^{-1/3} \hat{\chi}^{-1} (\hat{\chi}^2 - \hat{\Delta}) \exp(4\hat{\chi}B_0 / 3)$, $\hat{\xi} = 2^{2/3} \exp(2\hat{\chi}B_0 / 3)\xi$. Заметим, что представление (1.63) соответствует приближению фиксированной поперечной структуры поля. В рамках данного приближения поперечный (по оси *Y*) профиль поля излучения считается совпадающим со структурой прижатой моды (1.25), распространяющейся вдоль гофрированной импедансной поверхности в отсутствие электронного пучка. Как показано далее в <u>П. 1.1.5</u>, нелинейные уравнения (1.38),(1.39) в таких условиях приводятся к традиционному для черенковских ЛБВ виду [3,31,36].

Заменой переменных $n = \hat{\xi} - 2\Delta_{eff} / 3$ приведем (1.64) к канонической форме

$$n^3 + pn + q = 0, (1.65)$$

где $p = -\Delta_{eff}^2/3$, $p = 2\Delta_{eff}^3/27 - 1$. Уравнение (1.65) имеет два комплексно сопряженных корня при условии положительности дискриминанта

$$D = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} > 0. \tag{1.66}$$

Определим их по формуле Кардано [90]

$$n_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \right) \pm \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \right) \right)$$
(1.67)
В окрестности точного синхронизма $\hat{\chi}^2 \approx \hat{\Delta}$ выполняется условие $q^2 >> 4p^3/27$ и имеют место следующие соотношения

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \approx -\frac{p}{3\sqrt[3]{-q}} \bowtie \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \approx \sqrt[3]{-q}.$$
(1.68)

Подставляя (1.68) в (1.67), получим упрощенный вид корней уравнения (1.65)

$$n_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{-q} - \frac{p}{3\sqrt[3]{-q}} \right) \pm i \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\sqrt[3]{-q} + \frac{p}{3\sqrt[3]{-q}} \right).$$
(1.69)

Одно из решений (1.69) имеет положительный инкремент

$$\operatorname{Im} \hat{\Gamma} = 2(\hat{\chi} - \operatorname{Re} \xi) \operatorname{Im} \xi =$$

= $2^{1/3} e^{-2\hat{\chi}B_0/3} \operatorname{Im}(n_1) \left(\hat{\chi} - 2^{-2/3} e^{-2\hat{\chi}B_0/3} \left(\frac{2^{2/3} (\hat{\chi}^2 - \hat{\Delta})}{3\hat{\chi}} e^{4\hat{\chi}B_0/3} - \operatorname{Re}(n_1) \right) \right).$ (1.70)

На <u>Рис. 1.6</u> красной линией изображено точное решение уравнения (1.60) при заданных параметрах $\hat{\chi} = 2$, $B_0 = 0.1$; черной штриховой линией – решение (1.70) в рамках приближения фиксированной структуры поля. Видно, что в области точного синхронизма, которая оптимальна с точки зрения достижения максимальных инкрементов, приближение фиксированной поперечной структуры поля хорошо аппроксимирует решение (1.60).

Как было показано выше, в рамках уравнений (1.64) максимум инкремента достигается вблизи точного синхронизма $\Delta_{eff} = 0$. Тогда, считая равенство $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$ выполненным, для оценки максимума инкремента можно использовать простую формулу Im $\hat{\xi}_{max} = \sqrt{3}/2$ [3,36]. В физических переменных это условие соответствует совпадению невозмущенной поступательной скорости частиц с фазовой скоростью замедленной волны. Соответственно, максимум инкремента может быть оценен соотношением

$$\operatorname{Im} \Gamma_{\max} = Gk \operatorname{Im} \hat{\Gamma}_{\max} =$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{2Gk}{2^{\frac{2}{3}} e^{2\hat{\chi}B_{0}/3}} \left(\sqrt{\frac{2}{G}} \chi + \frac{1}{2^{\frac{5}{3}} e^{2\hat{\chi}B_{0}/3}} \right) \approx \sqrt{3}k\chi e^{\frac{-2\hat{\chi}B_{0}}{3}} \left(2\frac{eI_{0}}{mc^{3}} \frac{\mu}{\gamma_{0}} \chi \right)^{\frac{1}{3}}.$$
(1.71)

Очевидно, что максимального значения

$$\left(\operatorname{Im}\Gamma_{\max}\right)_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{4b_0} e^{-1} \left(2\frac{eI_0}{mc^3}\frac{\mu}{\gamma_0}\lambda\right)^{\frac{1}{3}}$$
(1.72)

инкремент будет достигать при выполнении условия $\hat{\chi} = 1.5B_0^{-1}$, которое фактически определяет оптимальную величину поверхностного импеданса при фиксированной величине зазора между пучком и замедляющей структурой.



<u>Рис. 1.6.</u> Зависимости продольного инкремента Im $\hat{\Gamma}$ от величины $\hat{\Delta}$ при $\hat{\chi} = 2$, $B_0 = 0.1$. Красной линией обозначено точное решение уравнения (1.60), черной штриховой линией – приближение фиксированной структуры поля (1.70). Зеленая штриховая линия соответствует приближению собственных волн пространственного заряда вблизи точного синхронизма $\hat{\chi}^2 = \hat{\Delta}$ (1.82); синяя штриховая линия – тому же приближению при условии $|\hat{\chi}^2 - \hat{\Delta}| \sim \hat{\Delta}, \hat{\chi}^2$ (1.79).

На <u>Рис. 1.7а</u> на плоскости параметров ($\hat{\chi}$, B_0) изображены линии уровня нормированного инкремента Im $\hat{\Gamma}$, полученного в приближении фиксированной структуры поля (1.71). Для сравнения на <u>Рис. 1.76</u> представлены аналогичные линии уровня, полученные путем численного решения уравнения (1.60) в условиях точного электронно-волнового синхронизма $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$. Найденные зависимости имеют сравнительно небольшие (менее 10% по абсолютному значению) расхождения в области оптимальных по инкременту нормированных параметров. Таким образом, для приближенных практических оценок инкремента при больших значениях нормированного импеданса можно пользоваться формулой (1.71).



<u>Рис. 1.7.</u> (а) Линии уровня продольного инкремента ImΓ̂, полученные в приближении фиксированной поперечной структуры поля в условиях точного синхронизма $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$ (1.71); (б) то же в рамках модели с нефиксированной структурой поля (1.60).

Приближение собственных волн электронного пучка

При $B_0 = 0$ и $\hat{\chi} = 0$ уравнение (1.60) имеет решение $\hat{g} = \sqrt{\hat{\Delta}}$, которое соответствует собственной волне периодически модулированного электронного потока. Поправка к продольному волновому числу такой волны, согласно (1.56), равна $\hat{\Gamma} = \hat{g}^2 = \hat{\Delta}$. Таким образом, продольное волновое число *h* дается формулой

$$h = k \left(1 + G\Gamma \right) = k \left(1 + \frac{1 - \beta_0}{\beta_0} \right) = \beta_0^{-1} k, \qquad (1.73)$$

что соответствует известной дисперсионной характеристике пучковых волн $k = \beta h$. В то же время, поперечный декремент спадания полей пространственного заряда вне пучка, выраженный в физических единицах, в рамках представленного описания равен

$$g = \sqrt{2Gk}\sqrt{\hat{\Delta}} = k\sqrt{2(\beta_0^{-1} - 1)} = h'\sqrt{\frac{2\beta_0}{(1 + \beta_0)}} \approx h'(1 - \gamma_0^{-2}/8), \qquad (1.74)$$

что отличается от известной формулы $h' = \omega / \upsilon_0 \gamma_0$ [3] на величины порядка γ_0^{-2} . Таким образом, в области релятивистских энергий частиц $\gamma_0 >> 1$ использованное нами квазиоптическое приближение адекватно описывает структуру пучковых волн.

При достаточно больших $\hat{\Delta}$ корень уравнения (1.60), удовлетворяющий критериям (1.61), остается вблизи $\sqrt{\hat{\Delta}}$ (см. <u>Рис. 1.4</u>). Соответственно, решение можно искать в виде

$$\hat{g} = \sqrt{\hat{\Delta}} - \xi, \quad \hat{\Gamma} = \hat{g}^2 \approx \hat{\Delta} - 2\sqrt{\hat{\Delta}}\xi,$$
(1.75)

где $|\xi| \ll \sqrt{\hat{\Delta}}$, $\hat{\chi}$. Далее можно выделить по крайней мере две области параметров, в которых дисперсионное уравнение (1.60) будет редуцироваться к алгебраическим уравнениям малых порядков относительно поправки ξ .

Пусть выполняется условие $|\xi| << |\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}|$, что соответствует области параметров, далекой от оптимальных условий точного электронно-волнового синхронизма $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$. Тогда (1.60) сведется к алгебраическому уравнению второй степени

$$\xi^{2} = \frac{1}{8\sqrt{\hat{\Delta}}} \left(1 - \frac{\left(\sqrt{\hat{\Delta}} + \hat{\chi}\right)}{\left(\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}\right)} e^{-2\sqrt{\hat{\Delta}B_{0}}} \right).$$
(1.76)

Из которого следует очевидное условие существования ненулевого инкремента

$$\left(\sqrt{\hat{\Delta}} + \hat{\chi}\right) e^{-2\sqrt{\hat{\Delta}}B_0} > \left(\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}\right),$$
(1.77)

т.е. границу существования инкремента по параметру $\hat{\chi}$ в данном приближении можно определить неявной функцией (так как рассматриваются зависимости от $\hat{\Delta}$ при прочих фиксированных параметрах)

$$\hat{\chi}\left(\sqrt{\hat{\Delta}^*}, B_0\right) = \frac{\left(1 - e^{-2\sqrt{\hat{\Delta}^*}B_0}\right)}{\left(1 + e^{-2\sqrt{\hat{\Delta}^*}B_0}\right)} \sqrt{\hat{\Delta}^*}, \qquad (1.78)$$

где $\hat{\Delta}^*$ – пороговое значение расстройки. Инкремент будет равен

$$\operatorname{Im}\hat{\Gamma} = 2\operatorname{Re}\hat{g}\operatorname{Im}\hat{g} \approx \sqrt{\frac{\sqrt{\hat{\Delta}}}{2}} \left(\frac{\left(\sqrt{\hat{\Delta}} + \hat{\chi}\right)}{\left(\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}\right)}e^{-2\sqrt{\hat{\Delta}}B_{0}} - 1\right).$$
(1.79)

На Рис. 1.6 эта зависимость изображена синей штриховой линией.

Если условие $|\xi| << |\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}|$ не выполняется, т.е. поправка по порядку величины не менее отстройки от точного синхронизма $|\xi| < |\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}|$, тогда уравнение (1.60) сводится посредством представления (1.75) к уравнению третьего порядка

$$\xi^{3} - \left(\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}\right)\xi^{2} - \frac{1}{8\sqrt{\hat{\Delta}}}\xi + \frac{1}{8\sqrt{\hat{\Delta}}}\left(\left(\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}\right) - \left(\sqrt{\hat{\Delta}} + \hat{\chi}\right)e^{-2\sqrt{\hat{\Delta}}B_{0}}\right) = 0.$$
(1.80)

Решим данное уравнение аналогично (1.64). Используя замену $\xi = y + (\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi})/3$, приведем уравнение (1.80) к каноническому виду (1.65) с параметрами

$$p' = -\left(\frac{\left(\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}\right)^2}{3} + \frac{1}{8\sqrt{\hat{\Delta}}}\right),$$

$$q' = \frac{\left(\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}\right)^3}{27} - \frac{\left(\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}\right)^2}{9} - \frac{\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi}}{24\sqrt{\hat{\Delta}}} + \frac{\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{\chi} - \left(\sqrt{\hat{\Delta}} + \hat{\chi}\right)e^{-2\sqrt{\hat{\Delta}}B_0}}{8\sqrt{\hat{\Delta}}}.$$

$$(1.81)$$

При ненулевых $\hat{\chi}$, B_0 для функций от $\hat{\Delta}$ вида (1.81) в окрестности точного синхронизма выполняется условие (1.66), также справедливы выражения (1.68). Соответственно, можно написать приближенное решение с ненулевым инкрементом в виде

$$\operatorname{Im}\hat{\Gamma} = \sqrt{3} \left(\frac{2\sqrt{\hat{\Delta}}}{3} + \frac{\hat{\chi}}{3} + \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{-q'} - \frac{p'}{3\sqrt[3]{-q'}} \right) \right) \left(\sqrt[3]{-q'} + \frac{p'}{3\sqrt[3]{-q'}} \right).$$
(1.82)

На <u>Рис. 1.7</u> зеленой штриховой линией представлена зависимость приближенного нормированного инкремента (1.82) от энергии электронов $\hat{\Delta}$ при фиксированных $\hat{\chi} = 2$ и $B_0 = 0.1$. Видно, что в области максимальных инкрементов и при больших значениях

 $\hat{\Delta} = G^{-1}(\beta_0^{-1} - 1)$ (где G – малый параметр) формулы (1.79) и (1.82) достаточно точно аппроксимирует решение уравнения (1.60). Различие проявляется лишь в области предельно больших энергий электронного пучка (малых $\hat{\Delta}$), где условие применимости (1.75) $|\xi| << \sqrt{\hat{\Delta}}$ не выполняется.

Зависимость решений дисперсионного уравнения от параметров в случае бесконечно тонкого электронного пучка

На <u>Рис. 1.8а</u> для трех различных значений импеданса $\hat{\chi}$ приведены зависимости продольного инкремента (1.60) от величины $\hat{\Delta}$ при фиксированном зазоре $B_0 = 0.1$. В целом зависимость инкремента от величины $\hat{\Delta}$, т.е. от отличия поступательной скорости частиц от скорости света, аналогична имеющей место в приближении фиксированной структуры поля. В частности, при больших значениях импеданса максимум инкремента достигается в условиях точного синхронизма $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$. Имеется срыв режима усиления (исчезает решение, удовлетворяющее условиям (1.61)) в области малых значений $\hat{\Delta}$, т.е. когда электроны сильно обгоняют волну. С другой стороны, срыв возникает и в области больших $\hat{\Delta}$, когда поступательная скорость электронов становится значительно меньше фазовой скорости замедленной волны. Здесь важно подчеркнуть, что в приближении фиксированной структуры поля срыв усиления в области больших $\hat{\Delta}$ отсутствует.

На <u>Рис. 1.86</u> приведены зависимости продольного инкремента от $\hat{\Delta}$ при фиксированном нормированном импедансе $\hat{\chi} = 2$ для трех различных значений зазора B_0 . Видно, что по мере удаления электронного потока от поверхности продольный инкремент падает, и область положительных инкрементов сужается, стремясь к окрестности точного резонанса $\hat{\Delta} = 4$.

Таким образом, учет нефиксированности поперечной структуры поля позволяет описать порог возникновения усиления в области больших значений $\hat{\Delta}$ (т.е. в области относительно малых скоростей), который отсутствует в приближении фиксированной структуры поля. Заметим, что для традиционных моделей ЛБВ типа «О» подобный порог возникает при учете влияния полей пространственного заряда электронного пучка. В случае предельно малого

зазора $B_0 \to 0$ пороговое значение $\hat{\Delta}$ стремится к бесконечности, что может быть проинтерпретировано как следствие взаимной компенсации полей пространственного заряда пучка его отражением на металлической поверхности идеального проводника.



<u>Рис. 1.8.</u> (а) Зависимости продольного инкремента Im $\hat{\Gamma}$ от величины $\hat{\Delta}$ (1.60) для различных значений импеданса: 1) $\hat{\chi} = 2$, 2) $\hat{\chi} = 3$, 3) $\hat{\chi} = 4$ (зазор между ленточным пучком и импедансной поверхностью фиксирован, $B_0 = 0.1$). (б) То же, но при фиксированном импедансе $\hat{\chi} = 2$ и различных величинах зазора: 1) $B_0 = 0.5$, 2) $B_0 = 0.3$, 3) $B_0 = 0.1$.

Анализ решения дисперсионного уравнения в случае пучка конечной толщины

В общем случае пучка конечной толщины также существует решение, нарастающее по продольной координате Z и спадающее по поперечной (нормальной) координате Y, которое при стремлении толщины пучка к 0 переходит в корень «1» на <u>Рис. 1.4</u>.



<u>Рис. 1.9.</u> Зависимости продольного инкремента от $\hat{\Delta}$ (1.57) в условиях точного синхронизма $(\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2)$. Зазор между нижней границей электронного пучка и импедансной поверхностью фиксирован $B_0 = 0.1$, но меняется толщина пучка: 1) $B_e = 0.1, 2$) $B_e = 0.05, 3$) $B_e = 0.01$. Черная кривая – та же зависимость для модели бесконечно тонкого ленточного пучка (1.60).

На <u>Рис. 1.9</u> представлены зависимости продольных инкрементов от нормированной расстройки $\hat{\Delta}$ в условиях точного синхронизма $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$, полученные в результате численного решения уравнений (1.57),(1.58) при фиксированном зазоре между нижней границей электронного пучка и импедансной поверхностью $B_0 = 0.1$, но при различных толщинах пучка: $B_e = 0.1, 0.05$ и 0.01. При уменьшении толщины пучка инкремент растет, и при выполнении условия к $B_e \ll 1$ достигает описываемого уравнением (1.60) предела, соответствующего случаю бесконечно тонкого ленточного пучка. Характерные поперечные структуры модулей амплитуд магнитного поля, высокочастотного тока и действующей на электроны компоненты электрического поля изображены на Рис. 1.10.



<u>Рис. 1.10.</u> Нормированные поперечные структуры модулей амплитуд магнитного поля H_x (красная линия), продольной компоненты электрического поля E_z (синяя линия) и
 высокочастотного тока J (зеленая линия) для случая электронного пучка конечной ширины
 B_e = 0.05, движущегося на расстоянии B₀ = 0.1 от импедансной поверхности, ²/_χ = 3, ^Δ/_Δ = 9.

<u>1.1.4</u> Моделирование нелинейного режима усиления. Оценки параметров релятивистских усилителей поверхностной волны

Для моделирования нелинейной стадии процесса усиления параболическое уравнение (1.38) следует дополнить граничными условиями для поля в области Y > 0. В работе [44] в качестве таких условий использовалось обращение в ноль продольной компоненты электрического поля на регулярной пластине, установленной на определенном расстоянии от гофрированной поверхности. В данном параграфе в предположении, что какие-либо электродинамические структуры в области Y > 0 отсутствуют, использовалось условие излучения [91]

$$\left(C + \frac{1}{\sqrt{\pi i}} \int_{0}^{Z} \frac{1}{\sqrt{Z - Z'}} \frac{\partial C}{\partial Y} dZ'\right)\Big|_{Y=B} = 0, \qquad (1.83)$$

которое ставилось на некоторой плоскости $Y = B > B_0 + B_e$. При этом предполагалось, что падающее в сечении Z = 0 высокочастотное поле (1.41) представляет собой волновой пучок, заключенный внутри области 0 < Y < B. В расчетах оно обычно выбиралось либо однородным,

либо имело форму $\sin(\pi Y / B)$, поскольку величина входного поля мала и от его формы зависят лишь длина пространства взаимодействия и интегральный коэффициент усиления по мощности. Следует также отметить, что в моделировании функция распределения плотности тока по поперечной координате выбиралась равной

$$f(y) = \sin^2 \left(\pi (y - b_0) / b'_e \right)$$
(1.84)

в интервале $[b_0, b_0 + b'_e]$. При этом эффективная толщина пучка равна $b_e = b'_e/2$. Функция распределения (1.84) и ее первая производная обращаются в ноль на границах электронного пучка, что существенно упрощает численное моделирование.

На основе нелинейной самосогласованной системы уравнений (1.38)-(1.41) с учетом перечисленных выше условий проведем моделирование релятивистского усилителя поверхностных волн. На Рис. 1.11 представлены результаты оптимизации по расстройке $\hat{\Delta}$ при нормированных параметрах $B_0 = 0.1$, $B_e = 0.2$, $\hat{\chi} = 3.5$. Синей линии соответствует режим с максимальным нормированным инкрементом ($\hat{\Delta} = 12.25$), красной – с максимальной выходной мощностью ($\hat{\Delta} = 7$). Такие результаты хорошо согласуются с анализом, проведенным на основе линейной теории (П. 1.1.3), где максимум инкремента достигается в условиях, близких к точному синхронизму $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$. Вместе с тем, максимум КПД и мощности усиленного излучения реализуется в области $\hat{\Delta} < \hat{\chi}^2$, т.е. в условиях, когда поступательная скорость электронов превосходит фазовую скорость замедленной волны на заданной частоте. В целом, указанные зависимости являются типичными для черенковских ЛБВ-усилителей [3,36]. Характерное пространственное распределение поля усиливаемой волны показано на Рис. 1.11б. В процессе усиления волна остается прижатой к поверхности замедляющей системы.

Пользуясь формулами (1.36),(1.37), проведем оценки физических параметров для режима с максимальной мощностью на длину волны 0.9 мм. Необходимая для достижения требуемой расстройки в режиме максимальной мощности ($\hat{\Delta} = 7$) кинетическая энергия электронов при периоде гофрировки 0.25 мм и ее амплитуде 0.068 мм равна 1 МэВ. Погонная плотность тока (определяемая параметром $G = 8.8 \cdot 10^{-3}$) – 1.2 кА/см, расстояние от гофрировки до пучка – 0.1 мм, толщина пучка – 0.2 мм. При погонной мощности падающего излучения 50 кВт/см



<u>Рис. 1.11.</u> (а) Зависимость нормированной мощности усиливаемой волны от продольной координаты в режиме, соответствующем максимуму инкремента $\hat{\Delta} = 12.25$ (синяя кривая), и в режиме соответствующем максимуму КПД $\hat{\Delta} = 7$ (красная кривая), (б) Пространственное распределение амплитуды усиливаемой волны при $\hat{\Delta} = 7$; $\hat{\chi} = 3.5$, $B_0 = 0.1$.

(источником может служить субмиллиметровый гиротрон [92]), согласно <u>Рис. 1.11а</u>, на нормированной длине пространства взаимодействия $L_z = 3.67$ (что соответствует физической длине 5.9 см) достигается коэффициент усиления $K \approx 40$ дБ. Мощность усиленного сигнала в этом случае составляет 550 МВт/см при КПД 45%. На линейной стадии усиления, в соответствии с результатами моделирования, инкремент равен 0.93 см⁻¹, в то время как из линейной теории (1.57)-(1.60) следует, что значение инкремента находится в интервале 0.41-1.16 см⁻¹ (для распределений в виде степ-функции и дельта-функции). Расхождение в величинах инкремента обусловлено различием задаваемых в линейной и нелинейной моделях невозмущенными распределениями электронной плотности.

Режим максимального инкремента при тех же ускоряющем напряжении 1 МВ и периоде гофрировки 0.25 мм реализуется при следующих значениях параметров: погонная плотность тока 520 А/см, амплитуда гофра 0.06 мм, расстояние от гофрировки до пучка 0.15 мм, толщина пучка 0.3 мм. Инкремент на линейной стадии моделирования равен 0.89 см⁻¹ и почти достигает значения в режиме, рассмотренном выше (с более чем втрое большей плотностью электронного потока и меньшим расстоянием от пучка до гофрированной поверхности). При погонной мощности падающего излучения 12 кВт/см на длине 7.5 см достигается максимальная мощность усиленного сигнала 68 МВт/см (КПД 13%), максимальный коэффициент усиления K = 37 Дб.

На <u>Рис. 1.12a</u> приведены поперечные структуры модулей магнитного и электрического полей, а также распределение модуля высокочастотного тока на линейной стадии усиления (в сечении Z = 3.5) при $\hat{\Delta} = 7$. На <u>Рис. 1.126</u> представлено сравнение производной магнитного поля и электрического поля для разных толщин пучка. Видно, что пренебрежение током в выражении для действующего на электроны поля (1.29) возможно лишь при использовании электронных пучков большой толщины и малой плотности. Для тонких пучков с большой плотностью заряда такое приближение приводит к значительному завышению инкремента.



<u>Рис. 1.12.</u> (а) Поперечные структуры магнитного и действующего на электроны электрического $\hat{E}_z = \partial C / \partial Y - B_e^{-1} F(Y) J$ полей, а также высокочастотного тока в сечении Z = 3.5 ($\hat{\Delta} = 7$, $\hat{\chi} = 3.5$, $B_0 = 0.1$, $B_e = 0.2$), (б) сравнение поперечных структур производной магнитного поля (оранжевая линия) и электрического поля (синяя линия) при тех же параметрах и различных толщинах электронного пучка 1) $B_e = 0.2$, 2) $B_e = 0.1$, 3) $B_e = 0.05$.

<u>1.1.5</u> Переход к приближению фиксированной поперечной структуры поля

Приближение фиксированной поперечной структуры поля обычно используется при анализе усиления волн в одномодовых волноводах. Однако в условиях малых токов инжекции, когда электронный пучок слабо возмущает структуру поверхностной волны, это приближение можно использовать и для анализа усиления волн в открытых электродинамических системах. Указанное условие не накладывает дополнительных ограничений на параметры $\hat{\chi}$ (1.37) и $\hat{\Delta}$ (1.40), поскольку малость параметра усиления *G* (1.36) компенсируется малостью глубины гофрировки и релятивизмом. Однако существенным в данном приближении является соблюдение условия синхронизма $|\hat{\Delta} - \hat{\chi}^2| \ll \hat{\Delta}, \hat{\chi}^2$, поскольку при его нарушении поля, возбуждаемые электронным потоком, будут далеки по структуре от собственных мод электродинамической системы. Следуя (1.63), представим магнитное поле в виде поверхностной волны

$$C(Y,Z) = A(Z)e^{-\hat{\chi}Y}, \qquad (1.85)$$

где характер ее спадания по поперечной координате определяется импедансным граничным условием (1.27). Подставив (1.85) в (1.38), умножив получившееся уравнение на $\exp(-\hat{\chi}Y)$ и проинтегрировав в области Y > 0, получим упрощенный вид уравнения возбуждения электромагнитного поля

$$\frac{\partial A}{\partial Z} + i\hat{\chi}^2 A = i\frac{2\hat{\chi}^2}{B_e}\int_0^\infty F(Y)Je^{-\chi Y}dY.$$
(1.86)

Для упрощения аналитических выкладок будем считать электронный пучок бесконечно тонким $F(Y) = \delta(Y - B_0)$, $B_e = 1$. Тогда (1.86) примет вид

$$\frac{\partial A}{\partial Z} + i\hat{\chi}^2 A = i2\hat{\chi}^2 J e^{-\chi B_0}.$$
(1.87)

Нетрудно также записать уравнения движения (1.39) в случае бесконечно тонкого пучка

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} = -\operatorname{Re}\left(i\hat{\chi}Ae^{i\theta}\right). \tag{1.88}$$

Система уравнений (1.87),(1.88) аналогична стандартным уравнениям, описывающим черенковские ЛБВ [3,36]. Линеаризуя данную систему аналогично (1.38),(1.39) и представляя поле и ток в виде $A, J = \tilde{A}, \tilde{J} \exp(-i\hat{\Gamma}Z)$, можно получить дисперсионное уравнение

$$\left(\hat{\chi}^2 - \hat{\Gamma}\right) \left(\hat{\Delta} - \hat{\Gamma}\right)^2 = 2\hat{\chi}^3 e^{-2\hat{\chi}B_0}.$$
(1.89)

Из (1.56) с учетом (1.63) следует соотношение

$$\xi = \frac{\hat{\chi}^2 - \hat{\Gamma}}{2\hat{\chi}}.$$
(1.90)

Тогда (1.89) приводится к окончательному виду

$$\xi \left(\hat{\Delta} - \hat{\chi}^2 + 2\hat{\chi}\xi \right)^2 = -\hat{\chi}^2 e^{-2\hat{\chi}B_0}, \qquad (1.91)$$

который был получен ранее (1.64) непосредственно из уравнения (1.60).

<u>1.2</u> Квазиоптическая теория резистивной неустойчивости электронного пучка, движущегося над поверхностью материала с конечной проводимостью

Резистивная (диссипативная) неустойчивость, возникающая при движении электронных пучков вблизи металлических поверхностей с конечной проводимостью, хорошо известна как в электронике СВЧ, так и в физике ускорителей [57,61,93,94]. В рамках линейного гидродинамического описания она представляет собой канонический пример связи волн с положительной и отрицательной энергией [93]. Паразитная модуляция плотности пучка и потери энергии электронов, связанные с данной неустойчивостью, являются важными факторами, которые учитываются при проектировании и работе ускорителей [94]. С другой стороны, известны примеры использования резистивной неустойчивости для усиления волн сантиметрового диапазона [61]. В ряде работ рассматривалась возможность использования этого эффекта для генерации излучения оптического диапазона [62].

В работе [57] теория резистивной неустойчивости строилась применительно к клистронной схеме усилителя сантиметрового диапазона, где указанная неустойчивость используется для группировки частиц в области дрейфа. При этом предполагалось, что частота поля меньше критической частоты низшей моды формирующего пространство дрейфа волновода малой сверхразмерности с поглощающими стенками. В данном параграфе в проекции на коротковолновые диапазоны исследуется противоположный предельный случай, когда резистивная неустойчивость развивается при прямолинейном движении ленточного электронного пучка в свободном полупространстве над импедансной плоской поверхностью (на практике, в сверхразмерном волноводе). В этом случае поля излучения, в отличие от [57],

представляются в виде распространяющихся волн и характеризуются конечным значением продольной и поперечной компонент вектора Пойнтинга.

Ниже приводится подробный анализ в рамках квазиоптического приближения, в котором распространение излучения над резистивной поверхностью описывается параболическим уравнением. Данный подход позволяет рассмотреть как линейную, так и нелинейную стадии развития неустойчивости. Следует отметить, что использованная в данном разделе концепция восходит (в отсутствии электронного пучка) к классической работе [95], где она была использована для анализа распространения поверхностных волн Ценнека-Зоммерфельда. Однако такие волны не являются замедленными, и поэтому не могут быть возбуждены посредством черенковского механизма взаимодействия с электронным пучком. В исследуемом случае при движении электронного потока над поверхностью материала с конечной проводимостью развитие неустойчивости обусловлено оттоком энергии за счет диссипации из имеющей отрицательную энергию медленной волны пространственного заряда.

1.2.1 Квазиоптическая модель резистивного усилителя

Схема резистивного усилителя изображена на <u>Рис. 1.13</u>. В рамках импедансного приближения она с точностью до граничного условия на импедансной поверхности аналогична модели усилителя поверхностной волны, представленной в <u>Разделе 1.1</u>. Предположим, что релятивистский ленточный электронный поток движется прямолинейно с поступательной скоростью $\upsilon_0 = \beta_0 c$ (1- $\beta_0 \ll 1$) параллельно плоской поверхности раздела «материал-вакуум». Однородный изотропный материал заполняет полупространство y < 0 и характеризуется диэлектрической и магнитной проницаемостями $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$ и µ, удовлетворяющими условию

$$\left|\sqrt{\varepsilon\mu}\right| >> 1. \tag{1.92}$$

В этом случае на границе среды с вакуумом при *y* = 0 приближенно выполняются граничные условия Леонтовича [46-48]

$$\left[\vec{n},\vec{E}\right] = -w\left[\vec{n},\left[\vec{n},\vec{H}\right]\right] \tag{1.93}$$

для тангенциальных компонент электрического и магнитного полей. $w = \sqrt{\mu/\epsilon}$ – волновое сопротивление среды, \vec{n} – единичный вектор, направленный по нормали к поверхности

(<u>Рис. 1.1</u>). Следует отметить, что, поскольку электромагнитное поле в рамках квазиоптической теории представляется в виде ТМ-поляризованных волновых пучков, распространяющихся под малыми углами к поверхности, применимость граничного условия (1.93) требует специального анализа даже при соблюдении неравенства (1.92) (см. <u>Приложение к Главе 1</u>).



<u>Рис. 1.13.</u> Двумерная модель резистивного усилителя с прямолинейным релятивистским электронным пучком.

Для описания конвективной неустойчивости электронного потока вблизи резистивной поверхности рассмотрим задачу о синхронном взаимодействии электронов с электромагнитным полем на частоте (0), распространяющимся вдоль импедансной поверхности в направлении оси *z*. Поскольку в высокочастотной релятивистской электронике в качестве материала для изготовления электродинамических систем используются в основном металлы, в данном параграфе в качестве материала рассматривается металл с большой проводимостью

$$\sigma >> \omega \varepsilon' / 4\pi, \tag{1.94}$$

тогда $\varepsilon = \varepsilon' + 4\pi\sigma i/\omega \approx 4\pi\sigma i/\omega$; $\mu \approx 1$. В таком случае справедливо приближение сильного скинэффекта, в котором за счет существенных омических потерь глубина проникновения поля в проводник считается малой в масштабе длины волны и других характерных масштабов системы $d_{c\kappa} \ll \lambda$, L_{xap} , где $d_{c\kappa} = \sqrt{c\lambda/4\pi^2\mu\sigma}$ – глубина скин-слоя [47]. При этом выражение для волнового сопротивления принимает вид

$$w = -(1+i)kd_{rv}/2. \tag{1.95}$$

Поле в рамках исследуемой двумерной модели может быть представлено в виде волнового пучка ТМ-поляризации и имеет компоненты H_x, E_y, E_z , связь которых определяется

уравнениями Максвелла (1.9). Граничные условия Леонтовича (1.93) при условии достаточно сильного затухания поля в среде эквивалентны введению эффективного поверхностного магнитного тока

$$i_x^{\mu\omega} = \frac{c}{4\pi} w H_x^{\omega}.$$
 (1.96)

В рамках квазиоптического подхода, когда выполняется условие (1.14), с учетом (1.93) и в приближении относительно малого изменения энергии частиц ($\gamma - \gamma_0$)/ $\gamma_0 <<1$ резистивный усилитель, аналогично модели усилителя поверхностной волны, может быть описан системой уравнений (1.38)-(1.41) с сохранением всех нормировок (1.36),(1.37). Однако существенно отличается вид импеданса, который с учетом (1.27) и (1.93) может быть представлен в виде

$$\hat{\chi} = iw/\sqrt{2G}. \tag{1.97}$$

Нормированный комплексный импеданс (1.97) удобнее записать в эквивалентной форме

$$\hat{\chi} = (1-i)\hat{w}, \quad \hat{w} = kd_{c\kappa} / 2\sqrt{2G}.$$
 (1.98)

В отличие от <u>Раздела 1.1</u>, в данном случае, в силу того, что импеданс является существенно комплексной величиной (1.98), решением уравнения (1.38) в отсутствие электронного потока будет поверхностная волна Ценнека

$$C \sim e^{-i\hat{\chi}^2 Z} = e^{-2\hat{w}^2 Z},$$
(1.99)

которая не является замедленной и не может быть возбуждена посредством черенковского механизма взаимодействия с электронным пучком. Соответственно, резистивная неустойчивость развивается за счет возбуждения полей пространственного заряда электронного потока и описывается на основе системы (1.38)-(1.40),(1.98). Как и в предшествующем разделе, затравочный сигнал моделируется подачей входного электромагнитного сигнала малой величины (1.41). С учетом омических потерь в поглощающем материале закон сохранения энергии (1.44) преобразуется к виду

$$\hat{P}\Big|_{Z=L} - \hat{P}\Big|_{Z=0} + \hat{P}_{OM} = 4\hat{\eta}, \qquad (1.100)$$

где $\hat{P}_{OM} = 2\hat{w} \int_{0}^{L} |C(Z, Y = 0)|^2 dZ$ – нормированные омические потери.

1.2.2 Линейная теория резистивного усилителя

По аналогии с <u>Разделом 1.1</u> построим аналитическую линейную теорию резистивной неустойчивости. Рассмотрим на основании системы (1.38)-(1.41),(1.98) ленточный электронный пучок однородной плотности и конечной толщины B_e , движущийся на расстоянии B_0 от безграничной по продольной координате импедансной поверхности. В приближении малого сигнала линеаризуем систему (1.38)-(1.39), представив амплитуды поля и высокочастотного тока в виде $C, J = \tilde{C}(Y), \tilde{J}(Y) \exp(-i\hat{\Gamma}Z)$, где $\hat{\Gamma}$ – нормированная малая поправка к продольному волновому числу k ($|\hat{\Gamma}| << G^{-1}$). Получим дисперсионное уравнение, которое с точностью до определения импеданса (1.98) совпадает с дисперсионным уравнением (1.57),(1.58), а в случае предельно тонкого электронного пучка – с (1.60).

Критерии выбора физически реализуемого решения, соответствующего структуре поля, амплитуда которого спадает по оси *у* при удалении от пучка и импедансной поверхности, и которое имеет поперечный поток энергии, направленный от пучка к периферии, будут определяться теми же неравенствами (1.61). Уравнение (1.60) с импедансом в виде (1.98) также имеет счетное множество корней, наименьшие по абсолютному значению из которых изображены на <u>Рис. 1.14</u> при $\hat{w} = 3$, $\hat{\Delta} = 9$, $B_0 = 0.1$. Отметим, что, как и в <u>Разделе 1.1</u>, только один корень, обозначенный индексом «1» на врезках с увеличенным масштабом, удовлетворяет условиям (1.61). Все прочие корни по абсолютной величине превосходят представленные на <u>Рис. 1.14</u> и расположены в левой комплексной полуплоскости Re $\hat{g} < 0$. Таким образом, в данном случае существует также единственное решение, нарастающее по продольной координате Z и спадающее по поперечной (нормальной) координате Y.



<u>Рис. 1.14.</u> Наименьшие по абсолютному значению корни уравнения (1.60) с импедансом вида (1.98). (а) Нормированные поперечные волновые числа, (б) поправка к продольному волновому числу. Единственное решение, удовлетворяющее условиям (1.61), соответствует индексу «1» на врезках с увеличенным масштабом; $\hat{w} = 3$, $\hat{\Delta} = 9$, $B_0 = 0.1$.



<u>Рис. 1.15.</u> Нормированные поперечные структуры модулей амплитуд магнитного поля H_x и продольной компоненты электрического поля E_z в случае бесконечно тонкого ленточного электронного пучка. Параметры: $\hat{\Delta} = 9$, (a) $\hat{w} = 3$, $B_0 = 0.1$; (б) $\hat{w} = 3$, $B_0 = 0.5$; (в) $\hat{w} = 0.5$, $B_0 = 1$.

Распределения модулей амплитуд поперечной компоненты магнитного поля и действующей на электроны продольной компоненты электрического поля для решения «1» приведены на <u>Puc. 1.15</u>. По мере уменьшения абсолютного значения поверхностного импеданса и увеличения расстояния от поверхности распределение полей приближается к собственному полю пучка, локализованному вблизи электронного потока.

На <u>Рис. 1.16</u> для трех различных значений волнового сопротивления \hat{w} приведены зависимости продольного инкремента (1.60) от величины $\hat{\Delta}$ при фиксированном зазоре $B_0 = 0.1$. На основании этих зависимостей можно сделать вывод о том, что для фиксированных значений \hat{w} и зазора между пучком и поверхностью B_0 существует оптимальная скорость электронов υ_0 , однозначно связанная с расстройкой $\hat{\Delta}$, при которой инкремент резистивной неустойчивости достигает максимального значения.



<u>Рис. 1.16.</u> Зависимости продольного инкремента Im $\hat{\Gamma}$ от величины $\hat{\Delta}$ для различных значений импеданса: 1) $\hat{w} = 3, 2$) $\hat{w} = 2, 3$) $\hat{w} = 1$ и фиксированном зазоре между ленточным пучком и импедансной поверхностью $B_0 = 0.1$. Штриховая линия соответствует приближенному

выражению (1.102) при $\hat{w} = 2$.

В приближении возбуждения собственных волн электронного потока (1.75), описанном в <u>Разделе 1.1</u>, уравнение (1.60) с учетом (1.98) также редуцируется к уравнению второго порядка относительно малой поправки ξ:

$$\xi^{2}\left(\sqrt{\hat{\Delta}}-(1-i)\hat{w}\right)+\frac{1}{8\sqrt{\hat{\Delta}}}\left(\left(\sqrt{\hat{\Delta}}+(1-i)\hat{w}\right)e^{-2\sqrt{\hat{\Delta}}B_{0}}-\left(\sqrt{\hat{\Delta}}-(1-i)\hat{w}\right)\right)=0.$$
(1.101)

Уравнение (1.101) имеет два симметричных относительно $\xi = 0$ решения. Корень (1.101) с отрицательной реальной частью $\operatorname{Re} \xi < 0$ соответствует быстрой плазменной волне с $\upsilon_{ph} = \omega/h = c(1 + G(\hat{\Delta} - 2\sqrt{\hat{\Delta}}\operatorname{Re}\xi))^{-1} > \upsilon_0$, при этом соответствующая волна является затухающей по z: $\operatorname{Im} \hat{\Gamma} \sim -\operatorname{Im} \xi < 0$. В то же время, корень с положительной реальной частью $\operatorname{Re} \xi > 0$ соответствует медленной плазменной волне и имеет положительный инкремент $\operatorname{Im} \hat{\Gamma} > 0$, и, таким образом, удовлетворяет условиям (1.61). В результате, для нормированного продольного инкремента резистивной неустойчивости получаем приближенное соотношение

$$\operatorname{Im}\hat{\Gamma} = 2\left(\sqrt{\hat{\Delta}} - \operatorname{Re}\xi\right)\operatorname{Im}\xi \approx 2\sqrt{\hat{\Delta}}\operatorname{Im}\xi,\tag{1.102}$$

1/

где

$$\xi = -\frac{1}{2\sqrt{2}\hat{\Delta}^{\frac{1}{4}}} \left(1 - \frac{\sqrt{\hat{\Delta}} + \hat{w} - i\hat{w}}{\sqrt{\hat{\Delta}} - \hat{w} + i\hat{w}} e^{-2\sqrt{\hat{\Delta}}B_0} \right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (1.103)

На <u>Рис. 1.16</u> штриховой линией представлена зависимость приближенного нормированного инкремента (1.102),(1.103) от энергии электронов $\hat{\Delta}$ при фиксированных $\hat{w} = 2$ и $B_0 = 0.1$. Видно, что в области максимальных инкрементов и при больших значениях $\hat{\Delta}$ формула (1.102) достаточно точно аппроксимирует решение исходного уравнения (1.60). Различие, как и в случае действительного импеданса, проявляется в области предельно больших энергий электронного пучка, где условие применимости приближения собственных волн электронного пучка (1.75) ($\xi \ll \sqrt{\hat{\Delta}}$) не выполняется.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что резистивная неустойчивость вблизи поглощающих поверхностей обусловлена неустойчивостью медленной волны пространственного заряда, имеющей отрицательный знак энергии и нарастающей при наличии диссипации энергии в системе.

<u>1.2.3</u> Нелинейная стадия развития резистивной неустойчивости, моделирование резистивного усилителя и оценки параметров

На основе самосогласованной системы уравнений (1.38)-(1.41),(1.98) проведем моделирование нелинейной стадии резистивной неустойчивости. При этом, как и в предыдущем разделе, зададим невозмущенное распределение электронной плотности функцией (1.84), а также поставим граничное условие излучения (1.83) на расстоянии от электронного пучка, превышающем характерный масштаб спадания поля.

В качестве примера рассмотрим резистивный усилитель на длину волны 3 см, в котором в качестве диссипативной среды выберем материал с типичными для ферритов свойствами [96-98]. Такие материалы, в частности, рассматривались в статье [57] применительно к релятивистскому клистрону, в пространстве дрейфа которого возможно развитие резистивной неустойчивости. Следуя [57,96], выберем материал с проводимостью $\sigma = 9 \cdot 10^{11}$ с⁻¹ (в системе СИ 100 См/м), реальной частью диэлектрической проницаемости є'≈10 и магнитной проницаемостью µ=1. Тогда в сантиметровом диапазоне будет выполнено условие (1.92), и при расчете электронно-волнового взаимодействия можно пользоваться приближенным выражением (1.98) для нормированного импеданса. Параметры релятивистского электронного пучка возьмем близкими к рассмотренным в [57]: кинетическая энергия частиц $\gamma_0 = 1.5$ (250 кэВ), погонная плотность тока 1.3 кА/см, толщина пучка $2b_e = 1$ мм, расстояние до резистивной поверхности $b_0 = 0.5$ мм. Указанные физические параметры соответствуют следующим нормированным величинам: G = 0.6, $B_e = 0.2$, $B_0 = 0.1$, $\hat{w} = 0.05$, $\hat{\Delta} = 0.57$. В результате на линейной стадии усиления получим инкремент 0.2 см⁻¹, что близко к оценкам статьи [57]. На Рис. 1.17 приведены пространственное распределение амплитуды волнового пучка и зависимость интегральной мощности от продольной координаты (на вставке) для представленных выше нормированных параметров. Моделирование на основе нелинейных уравнений (1.38)-(1.41),(1.98) показывает, что выходная плотность мощности излучения в режиме насыщения равна 12 МВт/см. Затравочный сигнал задается в виде однородного по у распределения поля, интегральная плотность мощности которого составляет 1.2 кВт/см. В таких условиях коэффициент усиления по мощности достигает 40 дБ. Насыщение усиления происходит на нормированной длине $L_z = 130$ (или $l_z = 1$ м в физических переменных). При достаточно высоком уровне усиления эффективность энергоотдачи электронного пучка относительно низка: в рассматриваемом примере волновой КПД, т.е. отношение мощности излучения к мощности электронного потока, не превышает 3.6%. Заметим, что электронный КПД, определяемый соотношением (1.42), составляет 10.5%. Следовательно, в резистивном усилителе значительная часть энергии электронного потока трансформируется в омические потери.



<u>Рис. 1.17.</u> Пространственное распределение модуля амплитуды усиливаемого волнового пучка и зависимость мощности волнового пучка от продольной координаты (G=0.6, $B_e=0.2$, $B_0=0.1$,

$$\hat{w} = 0.05, \hat{\Delta} = 0.57$$
).

В отличие от сантиметрового диапазона, в коротковолновых диапазонах большие омические потери практически неизбежны при любом механизме взаимодействия. Например, в терагерцовых гиротронах в омические потери уходит до 90% мощности, излучаемой электронным потоком [99]. Очевидным достоинством использования резистивного механизма

является относительная простота системы в совокупности с ее компактностью. Таким образом, в коротковолновых диапазонах реализация источников, основанных на резистивной неустойчивости, представляется достаточно актуальной.

Проведем моделирование диссипативного усилителя терагерцового диапазона на длину волны $\lambda = 0.3$ mm. В этом диапазоне для феррита с указанными выше характеристиками условие (1.92) нарушается, и при записи волнового сопротивления вместо (1.95) следует использовать более общую формулу $w = \sqrt{\mu/\epsilon}$ с диэлектрической проницаемостью в виде $\varepsilon = \varepsilon' - 4\pi\sigma i/\omega$. Возьмем релятивистский электронный пучок со следующими параметрами: кинетическая энергия частиц $\gamma_0 = 3$ (1 МэВ), погонная плотность тока 1.3 кА/см, толщина электронного пучка $2b_e = 0.1$ мм, расстояние до резистивной поверхности $b_0 = 0.1$ мм. Указанные физические параметры соответствуют нормированным величинам $G = 4.3 \times 10^{-3}$, $B_e = 0.2$, $B_0 = 0.2$, $\hat{\chi} = 3.35 - 0.3i$, $\hat{\Delta} = 14$. Полученные в результате моделирования системы уравнений (1.38)-(1.41),(1.97) поперечные распределения медленных амплитуд полей и высокочастотного тока на линейной стадии развития диссипативной неустойчивости изображены на Рис. 1.18а. Пространственное распределение медленной амплитуды магнитного поля представлено на Рис. 1.18. Видно, что поля соответствуют по структуре поверхностным волнам. На линейной стадии усиления инкремент достигает величины 0.86 см⁻¹. Выходная плотность мощности излучения в режиме насыщения равна 10.6 МВт/см при коэффициенте усиления по мощности около 40 дБ (интегральная плотность мощности затравочного сигнала 1 кВт/см). Насыщение усиления достигается на нормированной длине $L_z = 8$ ($l_z = 8.8$ см). Волновой и электронный КПД (0.8% и 3.8%, соответственно) в данном случае существенно ниже значений, полученных в приведенном выше примере усилителя на длину волны 3 см. Тем не менее, абсолютное значение выходной мощности заведомо представляет практический интерес для терагерцового диапазона.



<u>Рис. 1.18.</u> (а) Поперечные структуры модулей амплитуд магнитного поля H_x , действующей на электроны продольной компоненты электрического поля E_z и высокочастотного тока J на линейном этапе развития резистивной неустойчивости. (б) Пространственное распределение модуля амплитуды усиливаемого волнового пучка во всем пространстве взаимодействия и зависимость нормированной мощности излучения от продольной координаты. $B_e = 0.2$, $B_0 = 0.2$,

$$\hat{\chi} = 3.35 - 0.3i$$
, $\hat{\Delta} = 14$.

Таким образом, на основе эффекта диссипативной неустойчивости, развивающейся при движении электронного потока над резистивной поверхностью, могут быть получены достаточно большие коэффициенты усиления излучения в коротковолновых диапазонах (в частности, в субмиллиметровом) при относительно низкой эффективности энергообмена. Тем не менее, абсолютные значения выходных мощностей в сочетании с компактностью электродинамической системы делают оправданным продолжение исследований усиления и генерации волн на основе диссипативной неустойчивости.

<u>1.3</u> Квазиоптическая теория усиления поверхностных волн релятивистскими электронными пучками, движущимися над поверхностью полуограниченной изотропной плазмы

Известно, что в пространственно-ограниченной плазме существуют электромагнитные волны, которые распространяются вдоль ее поверхности и затухают при удалении от нее. Одним из простейших примеров таких волн являются поверхностные ТМ-поляризованные волны, локализованные вблизи поверхности полуограниченной изотропной (или слабо магнитоактивной) плазмы [58-60]. В данном разделе на основе квазиоптической теории исследуется модель черенковского усилителя поверхностных плазменных волн. В качестве простейшего предельного случая рассмотрена задача об усилении поля ленточным электронным потоком, движущимся прямолинейно над плоской поверхностью полуограниченной холодной бесстолкновительной изотропной плазмы.

К настоящему времени проведены достаточно подробные теоретические и экспериментальные исследования релятивистских генераторов и усилителей, основанных на плазменно-пучковых неустойчивостях [63]. Теоретический анализ приборов такого типа основан преимущественно на приближении фиксированной поперечной структуры поля, что, фактически, предполагает использование одномодовых волноводов. Соответственно, аналогично вакуумной электронике, подобные модели вполне адекватно описывают экспериментальные исследования плазменных усилителей и генераторов, проводимых в

64

сантиметровом диапазоне длин волн. В то же время при увеличении плотности плазмы до 10¹⁴-10¹⁵ см⁻³ возможно продвижение указанных источников в коротковолновую часть миллиметрового диапазона. В этом случае становится актуальной задача о возбуждении поверхностных плазменных волн релятивистскими электронными пучками, движущимися параллельно границе раздела плазма-вакуум.

С другой стороны, в настоящие время широко исследуется возбуждение и распространение плазмон-поляритонов над поверхностями различных металлов [60,64]. При этом электродинамические свойства металлов в приближении модели свободных электронов (которая также известна как модель Друде-Зоммерфельда [86]) в отсутствие затухания аналогичны свойствам изотропной плазмы с соответствующими плазменными частотами. В этой связи представляет интерес оценка возможности использования механизма индуцированного возбуждения плазмон-поляритонов электронными потоками для усиления сигналов большой мощности в инфракрасном диапазоне.

1.3.1 Квазиоптическая модель плазменного усилителя поверхностных волн

Исследуемая модель плазменного усилителя поверхностных волн изображена на <u>Рис. 1.19</u>. Подобно рассмотренным в предыдущих разделах черенковским усилителям поверхностных волн, релятивистский ленточный электронный поток движется прямолинейно с поступательной скоростью $\upsilon_0 = \beta_0 c$ в сильном ведущем магнитном поле \vec{H}_0 , параллельном плоской поверхности раздела «плазма-вакуум».



<u>Рис. 1.19.</u> Двумерная модель плазменного усилителя с прямолинейным релятивистским электронным пучком.

$$\omega < \omega_p / \sqrt{2} , \qquad (1.104)$$

где $\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2/m_e}$ – плазменная частота, возможно распространение незатухающих ТМполяризованных поверхностных волн, дисперсия которых описывается формулой [60]:

$$h = \sqrt{\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}}k\,,\tag{1.105}$$

где $k = \omega/c$, $h = k_{\parallel}$ – продольное волновое число (вдоль магнитного поля). Такие волны в современной литературе называются поверхностными плазмон-поляритонами [60,64], их дисперсионная характеристика изображена на <u>Рис. 1.20</u>. Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$ при выполнении условия (1.104) является отрицательной величиной, что



<u>Рис. 1.20.</u> Дисперсионная характеристика плазмона-поляритона над поверхностью изотропной плазмы (красная сплошная линия); зеленая сплошная – характеристика электронного пучка; штрих-пунктир – световой конус; штриховая линия – предельная частота плазмона ω_p/√2. Точка *S* соответствует условию черенковского синхронизма электронного пучка с плазменной

обуславливает поверхностный характер исследуемых волн. Отметим, что мы пренебрегаем ионной составляющей диэлектрической проницаемости, поскольку плазменная частота ионов много меньше электронной, вследствие чего она дает гораздо меньший вклад в абсолютную величину проницаемости при выполнении интересующих нас условий слабого замедления волн $\omega << \omega_p$, накладываемых использованием квазиоптического приближения (см. <u>Рис. 1.20</u>). Поперечное волновое число плазмона-поляритона внутри плазмы

$$g_{pl} = \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{1+\varepsilon}}k \tag{1.106}$$

чисто мнимое, поскольку выполняются условия |ε|>>1 и ε<0. Вне плазмы (y>0) коэффициент спадания поля значительно ниже

$$g_{vac} = -\sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon}}k, \qquad (1.107)$$

что позволяет плазмонам эффективно взаимодействовать с электронными пучками вплоть до инфракрасного диапазона длин волн в случае возбуждения плазмонов на поверхности металлов с плазменными частотами ~2.10³ ТГц.

Заметим, что в общем случае, поскольку электронный поток над поверхностью плазмы распространяется в ведущем магнитном поле, плазма является магнитоактивной, и должна описываться посредством введения тензора диэлектрической проницаемости

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp} & i\boldsymbol{\varepsilon}_{g} & \boldsymbol{0} \\ -i\boldsymbol{\varepsilon}_{g} & \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} = 1 - \frac{\boldsymbol{\omega}_{p}^{2}}{\boldsymbol{\omega}^{2}}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp} = 1 - \frac{\boldsymbol{\omega}_{p}^{2}}{\boldsymbol{\omega}^{2} - \boldsymbol{\omega}_{H}^{2}}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{g} = -\frac{\boldsymbol{\omega}_{p}^{2}\boldsymbol{\omega}_{H}}{\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\omega}^{2} - \boldsymbol{\omega}_{H}^{2})},$$

$$(1.108)$$

 $\omega_{H} = eH_{0}/m_{e}c$ – циклотронная частота. Отметим также, что в интересующих диапазонах частот можно пренебречь учетом столкновений (считая выполненным условие $\nu << \omega$, где ν – частота столкновений). При малых величинах ведущего магнитного поля ($\omega_{H} << \omega, \omega_{p}$) можно считать плазму слабо магнитоактивной и привести тензор (1.108) к виду, близкому к диагональному. В такой плазме возможно существование поверхностных плазмонов-поляритонов в интервале частот $\omega_{H} < \omega < \sqrt{\omega_{p}^{2} + \omega_{H}^{2}/2}$ [59].

Из (1.107) следует, что при больших отрицательных значениях є поверхностный импеданс в самосогласованной системе уравнений (1.38)-(1.41) можно представить в виде

$$\hat{\chi} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon}} \frac{i}{\sqrt{2G}} = \frac{1}{\sqrt{2|\varepsilon|G}}.$$
(1.109)

Указанный импеданс (1.109) является чисто действительной величиной, а соответственно, теоретический анализ, проведенный в <u>Разделе 1.1</u>, может быть использован для описания черенковского плазменного усилителя поверхностных волн.

<u>1.3.2</u> Моделирование плазменного усилителя поверхностных волн миллиметрового диапазона

Проведем моделирование усиления поверхностных волн над плазмой на основе квазиоптической модели, описываемой системой уравнений (1.38)-(1.41) с поверхностным импедансом вида (1.109). Функцию распределения электронной плотности, как и в предыдущих разделах, зададим соотношением (1.84). На удалении от пучка, превышающем характерный масштаб спадания поля будем использовать граничное условие (1.83)

В качестве примера рассмотрим усилитель в частотном диапазоне 200 ГГц ($\lambda = 1.5$ мм). Квазиоптическое описание применимо при условии малого замедления ЭМ волны, которое имеет место на частотах, малых в масштабе плазменной частоты $\omega \ll \omega_p$ (Рис. 1.20). В то же время должно быть выполнено условие черенковского синхронизма [3], которое выполняется при пересечении дисперсионных кривых электронного потока и плазмона. Оба указанных условия в заданном диапазоне удовлетворяются при величине ускоряющего напряжения 1.5 MB ($\gamma = 4$) и плотности плазмы $n_p = 5 \cdot 10^{15}$ см⁻³.

Необходимая величина ведущего магнитного поля определяется двумя условиями. Вопервых, полуограниченная плазма должна быть близка к изотропной, т.е. должно выполняться условие $\omega_H \ll \omega$. Во-вторых, электронный пучок должен быть сильно замагниченным, а соответственно, необходимо выполнение $|\omega - h \upsilon_{\parallel}| \ll \Omega_H$, где $\Omega_H = \omega_H / \gamma$ – релятивистская циклотронная частота. В результате можно записать условие применимости исследуемой модели в виде: ω_{*H*} << ω<< 2γω_{*H*}. В выбранном диапазоне частот магнитное поле величиной ~2 Тл при заданном ускоряющем напряжении удовлетворяет указанным требованиям.

Погонную плотность тока релятивистского электронного пучка возьмем 1 кА/см, толщину пучка $2b_e = 0.5$ мм, расстояние до границы плазмы $b_0 = 0.5$ мм. Выбранные физические параметры соответствуют следующим нормированным величинам: $G = 6 \cdot 10^{-3}$, $B_e = 0.2$, $B_0 = 0.2$, $\hat{\chi} = 3.1$, $\hat{\Delta} = 5.8$.



<u>Рис. 1.21.</u> Пространственное распределение модуля амплитуды усиливаемого волнового пучка и зависимость мощности волнового пучка от продольной координаты ($G = 6 \cdot 10^{-3}$, $B_e = 0.2$, $B_0 = 0.2$,

$$\hat{\chi} = 3.1, \ \hat{\Delta} = 5.8$$
).

На Рис. 1.21 приведены пространственное распределение амплитуды усиливаемого волнового пучка и зависимость интегральной мощности от продольной координаты (на вставке) для представленных выше нормированных параметров. Моделирование на основе системы уравнений (1.38)-(1.41),(1.109) показывает, что инкремент на линейной стадии достигает значения 0.3 см⁻¹, выходная плотность мощности излучения в режиме насыщения

равна 600 МВт/см. Затравочный сигнал при этом задается в виде однородного по y распределения поля с интегральной плотностью мощности ~40 кВт/см. Коэффициент усиления по мощности составил ~42 дБ при электронном КПД ~40%. Насыщение усиления достигается на нормированной длине $L_z = 7$ или $l_z = 30$ см в физических переменных. Таким образом, проведенный анализ демонстрирует перспективность усиления излучения в коротковолновой части миллиметрового диапазона на основе плазменно-пучковой неустойчивости, но требует создания достаточно плотной плазмы.

<u>1.3.3</u> Моделирование возбуждения плазмонов над поверхностью металлов в инфракрасном диапазоне

В данном разделе проведем анализ возможности возбуждения плазмонов-поляритонов над поверхностями металлов релятивистскими электронными потоками с целью получения сигналов большой мощности в инфракрасном диапазоне. При этом в рамках модели свободных электронов (модели Друде-Зоммерфельда [86]) усиление плазмонов может быть исследовано в импедансном приближении на основе системы уравнений (1.38)-(1.41),(1.109).

Для определенности рассмотрим распространение плазмонов над поверхностью серебра, которое является одним из наиболее широко используемых в плазмонике материалов [100]. В инфракрасном диапазоне для описания электродинамических свойств серебра может быть применена модель изотропной холодной бесстолкновительной плазмы с величиной плазменной частоты $v_p = 2.2 \cdot 10^3$ ТГц [100]. При частоте усиливаемого сигнала 120 ТГц выполняется требование $\omega << \omega_p$. Для выполнения условий черенковского синхронизма величина ускоряющего напряжения должна достигать 9.2 МВ ($\gamma \approx 19$). Пусть при полном токе 0.9 кА ширина пучка по координате *x* равна 0.3 мм, а толщина – $2b_e = 0.1$ мм, среднее значение плотности тока равно $3 \cdot 10^6$ А/см². Расстояние до границы металла выберем минимальным, $b_0 = 0$, которое соответствует скользящему падению. Указанные физические параметры соответствуют следующим нормированным величинам: $G = 3.2 \cdot 10^{-5}$, $B_e = 2$, $B_0 = 0$, $\hat{\chi} = 6.8$, $\hat{\Delta} = 46$. Приближенное значение инкремента на основе дисперсионного уравнения (1.57) равно 1.2 см^4 .



<u>Рис. 1.22.</u> Пространственное распределение модуля амплитуды усиливаемого волнового пучка и зависимость мощности волнового пучка от продольной координаты ($G = 3.2 \cdot 10^{-5}, B_e = 2, B_0 = 0,$

$$\hat{\chi} = 6.8, \hat{\Delta} = 46$$

На <u>Рис. 1.22</u> приведены пространственное распределение амплитуды волнового пучка и зависимость интегральной мощности от продольной координаты (на вставке) для представленных выше нормированных параметров. Моделирование показывает, что выходная плотность мощности излучения в режиме насыщения достигает 800 MBT/см при плотности мощности входного сигнала 800 кBт/см. При заданной ширине пучка входная и выходная мощности излучения равны соответственно 24 кBт и 24 MBт. Коэффициент усиления по мощности может быть оценен на уровне 30 дБ. Как видно из <u>Рис. 1.22</u>, насыщение усиления достигается на нормированной длине $L_z = 18$ ($l_z = 22$ см), КПД равен 0.3%. Инкремент, рассчитанный на основе моделирования усредненных уравнений (1.38)-(1.41),(1.109), примерно в 2 раза ниже оценочного значения из линейной теории, что является следствием различия в задании функции распределения электронной плотности. Электронные пучки с описанными

выше параметрами могут быть получены на основе фотоинжекторов. При этом представляется перспективным использование режима сверхизлучения.

<u>Приложение</u>. О применимости граничных условий Леонтовича для электромагнитного поля на границе раздела «вакуум-среда» в квазиоптическом приближении

На <u>Рис. П.1</u> изображена исследуемая электродинамическая модель. Поле представляется в виде квазиоптических волновых пучков ТМ поляризации, распространяющихся в направлении оси *z* над плоской поверхностью изотропной среды с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε , μ . Для полей указанной поляризации граничные условия Леонтовича записываются в скалярной форме:



<u>Рис. П.1.</u> Рассматриваемая двумерная электродинамическая модель: ТМполяризованный волновой пучок распространяется над границей изотропной среды.

где $w = \sqrt{\mu/\epsilon}$ – волновое сопротивление среды. Граничные условия Леонтовича (П.1) выполняются точно, если плоская электромагнитная волна падает по нормали к границе раздела вакуум-среда. При наклонном падении волны условия (П.1) справедливы приближенно, в случае сред с большими комплексными показателями преломления

$$|n| = \left|\sqrt{\varepsilon\mu}\right| >> 1. \tag{\Pi.2}$$

Электромагнитные поля в виде волновых пучков можно интерпретировать как совокупность плоских волн, падающих под малыми углами к поверхности среды (скользящее
падение). В этой связи для сред с умеренными показателями преломления (|*n*|≤10, ср. с условием (П.2)) применимость граничных условий Леонтовича требует дополнительного анализа.

Для демонстрации применимости условий Леонтовича при скользящем падении воспользуемся представлением В.А. Фока [87] общих граничных условий для поля на границе вакуум-среда при падении на нее плоской волны под произвольным углом *ф*:

$$\left(\vec{a},\vec{E}\right) = \left(-\cos\varphi + \sqrt{1 - \frac{\sin^2\varphi}{\epsilon\mu}}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\right)E_n,\tag{II.3}$$

где \vec{a} – единичный вектор в направлении падающего луча. Соотношение (П.3) естественным образом содержит зависимость от угла падения волны и справедливо независимо от выполнения условия (П.2). Возьмем $\phi \rightarrow \pi/2$ в (П.3), что соответствует скользящему падению волны. С учетом того, что электромагнитное поле в рассматриваемой модели имеет ТМ поляризацию, можно приближенно записать выражение (П.3)

$$E_z \approx \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon \mu}} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} E_y. \tag{\Pi.4}$$

В свободном полупространстве над границей среды в соответствии с уравнениями Максвелла справедливо соотношение

$$E_{y} = \frac{h}{k}H_{x},\tag{\Pi.5}$$

где k – волновое число, $h = k \sin \phi \approx k$ – величина продольной компоненты волнового вектора. Тогда из (П.4),(П.5) получим приближенный вид граничных условий:

$$E_z = \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon \mu}} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_x. \tag{\Pi.6}$$

Соотношение (П.6) является более полной записью импедансного граничного условия, которое при выполнении условия (П.2) сводится к известной формуле Леонтовича (П.1). Таким образом, проведенный анализ показывает, что при скользящем падении волны можно использовать граничные условия для электромагнитного поля вида (П.6), либо более грубые (П.1). Соответственно, граничные условия Леонтовича могут быть использованы и в квазиоптическом приближении.

<u>ГЛАВА 2</u>

КВАЗИОПТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧЕРЕНКОВСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НА ОСНОВЕ СВЕРХРАЗМЕРНЫХ СЛАБОГОФРИРОВАННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

В данной главе квазиоптический подход [5а] использован для описания электронноволнового взаимодействия в релятивистских СВЧ приборах черенковского типа со сверхразмерными электродинамическими системами цилиндрической геометрии. Такие устройства в литературе называются также многоволновыми черенковскими генераторами (МВЧГ) [3,11] или генераторами поверхностных волн. К настоящему времени проведено большое количество экспериментальных исследований генераторов указанного типа, в которых получены рекордные (мультигигаваттные) уровни мощности излучения в сантиметровом диапазоне и длинноволновой части миллиметрового диапазона. Значительный интерес эти генераторы представляют также для освоения коротковолновой части миллиметрового диапазона на мультимегаваттном уровне мощности. В этой связи важна и актуальна разработка теоретических моделей, которые позволяют проанализировать основные характеристики генераторов поверхностной волны, сопоставить их с известными экспериментальными данными и в конечном итоге определить методы дальнейшего повышения мощности и частоты излучения.

Основное внимание в данной главе уделяется развитию нестационарной модели черенковских генераторов с нефиксированными продольной и поперечной структурами поля. Показано, что в определенной области параметров результаты усредненной квазиоптической теории хорошо согласуются с известными экспериментальными исследованиями [14,17]. В то же время, по сравнению с предшествующим анализом в рамках планарной модели [39], цилиндрическая модель дает более точное описание дисперсии аксиально-симметричных волн в условиях умеренной сверхразмерности и позволяет провести более детальный расчет параметров генераторов. Кроме того, цилиндрическая модель допускает предельный переход к развитой ранее теории одномодовых релятивистских черенковских генераторов с фиксированной поперечной структурой поля [3,31].

В рамках развиваемой модели исследованы различные режимы работы черенковских генераторов со сверхразмерными электродинамическими системами, включая режим возбуждения колебаний π-вида (МВЧГ) и режим возбуждения поверхностной волны типа ЛОВ. Показано, что оптимальным с точки зрения эффективности электронно-волнового взаимодействия является режим возбуждения колебаний π-вида. Продемонстрирована возможность создания МВЧГ цилиндрической геометрии миллиметрового диапазона с выходной мощностью в сотни мегаватт.

2.1 Квазиоптическая модель возбуждения высокочастотных полей прямолинейными релятивистскими электронными потоками в сверхразмерных слабогофрированных волноводах. Самосогласованная система уравнений

Приведем вывод нестационарной самосогласованной системы уравнений, описывающей процессы электронно-волнового взаимодействия в сверхразмерных цилиндрических волноводах с малой аксиально-симметричной синусоидальной гофрировкой поверхности

$$r(z) = r_0 + r_z, \quad r_z = r_1 \cos(\bar{h}z),$$
 (2.1)

где r(z) – радиус волновода в сечении z, r_0 – радиус «невозмущенного» регулярного волновода, $\overline{h} = 2\pi/d$, d – период гофра, r_1 – амплитуда гофра, малая в масштабе периода и длины волны ($r_1 \ll d, \lambda$).

Из уравнений Максвелла с учетом электрических и магнитных токов [23] следует векторное волновое уравнение для напряженности магнитного поля

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c} rot \vec{j}^e + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}^\mu}{\partial t}.$$
 (2.2)

Здесь \vec{j}^e – плотность тока электронного пучка. \vec{j}^{μ} – плотность магнитного тока, которая, следуя методу эффективных граничных условий Каценеленбаума [89], вводится для учета малых деформаций поверхности волновода. В случае аксиально-симметричных электродинамических систем (<u>Рис. 2.1</u>) целесообразно использовать векторный Лапласиан в цилиндрической системе координат [90]:

$$\nabla^{2}\vec{H} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_{r})}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}H_{r}}{\partial \varphi^{2}} + \frac{\partial^{2}H_{r}}{\partial z^{2}} - \frac{2}{r^{2}} \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \varphi} \\ \frac{2}{r^{2}} \frac{\partial H_{r}}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_{\varphi})}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}H_{\varphi}}{\partial \varphi^{2}} + \frac{\partial^{2}H_{\varphi}}{\partial z^{2}} \\ \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_{z}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}H_{z}}{\partial \varphi^{2}} + \frac{\partial^{2}H_{z}}{\partial z^{2}} \end{vmatrix}$$
(2.3)



<u>Рис. 2.1</u> Модель многоволнового черенковского генератора цилиндрической геометрии с трубчатым релятивистским электронным пучком.

В исследуемых генераторах черенковского типа релятивистский электронный поток (со средним радиусом r_e) движется вдоль линий ведущего магнитного поля параллельно оси волновода z (<u>Puc. 2.1</u>). В рамках рассматриваемой теоретической модели пучок считается изначально моноэнергетическим со скоростью электронов $v_0 = \beta_0 c$. В предположении сильной замагниченности электронный ток имеет только продольную компоненту

$$j_{r,\phi}^{e} = 0, \quad j_{z}^{e} = j_{z}^{e} (z, r, \phi, t).$$
 (2.4)

Поскольку эффективные магнитные токи являются поверхностными $\vec{j}^{\mu} = \vec{i}^{\mu} \delta(r - r_0)$, очевидно, что их радиальная компонента равна нулю $j_r^{\mu} = 0$. Рассмотрим процессы, близкие к монохроматическим, представим решения (2.2) в виде

$$A_i = \operatorname{Re}\left(A_i^{\omega} e^{i\omega t}\right),\tag{2.5}$$

где $A_i \in \{H_i, j_i^{e,\mu}\}, i = \{r, \phi, z\}, \omega$ – опорная (несущая) частота, соответствующая ей величина волнового вектора $k = \omega/c$. Тогда из (2.2) с учетом (2.3)-(2.5) получим:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \left(rH_{r}^{\omega} \right)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}H_{r}^{\omega}}{\partial \varphi^{2}} + \frac{\partial^{2}H_{r}^{\omega}}{\partial z^{2}} - \frac{2}{r^{2}} \frac{\partial H_{\varphi}^{\omega}}{\partial \varphi} - 2ik \frac{\partial H_{r}^{\omega}}{c \partial t} + k^{2}H_{r}^{\omega} = \frac{4\pi}{c} \frac{1}{r} \frac{\partial j_{z}^{e\omega}}{\partial \varphi}, \qquad (2.6)$$

$$\frac{2}{r^{2}} \frac{\partial H_{r}^{\omega}}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \left(rH_{\varphi}^{\omega} \right)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}H_{\varphi}^{\omega}}{\partial \varphi^{2}} + \frac{\partial^{2}H_{\varphi}^{\omega}}{\partial z^{2}} - 2ik \frac{\partial H_{\varphi}^{\omega}}{c \partial t} + k^{2}H_{\varphi}^{\omega} =$$

$$= \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j_{z}^{e\omega}}{\partial r} - \frac{4\pi\omega i}{c^{2}} \delta \left(r - r_{0} \right) i_{\varphi}^{\mu\omega}, \qquad (2.7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_{z}^{\omega}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}H_{z}^{\omega}}{\partial \varphi^{2}} + \frac{\partial^{2}H_{z}^{\omega}}{\partial z^{2}} - 2ik \frac{\partial H_{z}^{\omega}}{c \partial t} + k^{2}H_{z}^{\omega} = -\frac{4\pi\omega i}{c^{2}} \delta \left(r - r_{0} \right) i_{z}^{\mu\omega}. \qquad (2.8)$$

Разложение в ряд по пространственным гармоникам и коэффициенты связи

Поскольку гофрировка азимутально-симметричная, поля с различной азимутальной структурой

$$H_i^{\omega} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_i^m e^{im\phi}$$
(2.9)

на ней не связываются. Соответственно, можно привести систему уравнений (2.6)-(2.8) к виду:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \left(rH_{r}^{m} \right)}{\partial r} \right) - \frac{m^{2}}{r^{2}} H_{r}^{m} + \frac{\partial^{2} H_{r}^{m}}{\partial z^{2}} - \frac{2mi}{r^{2}} H_{\phi}^{m} - 2ik \frac{\partial H_{r}^{m}}{c \partial t} + k^{2} H_{r}^{m} = \frac{4\pi}{c} \frac{1}{r} \left\langle \frac{\partial j_{z}^{e\omega}}{\partial \varphi} e^{-im\phi} \right\rangle_{\varphi}, \quad (2.10)$$

$$\frac{2mi}{r^{2}} H_{r}^{m} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \left(rH_{\phi}^{m} \right)}{\partial r} \right) - \frac{m^{2}}{r^{2}} H_{\phi}^{m} + \frac{\partial^{2} H_{\phi}^{m}}{\partial z^{2}} - 2ik \frac{\partial H_{\phi}^{m}}{c \partial t} + k^{2} H_{\phi}^{m} =$$

$$= \frac{4\pi}{c} \left\langle \frac{\partial j_{z}^{e\omega}}{\partial r} e^{-im\phi} \right\rangle_{\varphi} - \frac{4\pi ki}{c} \delta \left(r - r_{0} \right) \left\langle i_{\phi}^{\mu\omega} e^{-im\phi} \right\rangle_{\varphi}, \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_{z}^{m}}{\partial r} \right) - \frac{m^{2}}{r^{2}} H_{z}^{m} + \frac{\partial^{2} H_{z}^{m}}{\partial z^{2}} - 2ik \frac{\partial H_{z}^{m}}{c \partial t} + k^{2} H_{z}^{m} = -\frac{4\pi ki}{c} \delta \left(r - r_{0} \right) \left\langle i_{z}^{\mu\omega} e^{-im\phi} \right\rangle_{\varphi}. \quad (2.12)$$

Здесь $\langle f(\phi) \rangle_{\phi} = (2\pi)^{-1} \int_{0}^{2\pi} f(\phi) d\phi$ – усреднение по азимутальной координате.

Согласно теореме Флоке [3,36] поле в периодической электродинамической системе может быть представлено в виде ряда пространственных гармоник

$$H_{i}^{m} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} H_{i}^{sm}(z,t,r)e^{-ih_{s}z},$$
(2.13)

где $h_s = h + s\bar{h}$ – продольные волновые числа. В таком приближении каждая гармоника ряда представляется в виде волнового пучка, что накладывает условия на масштаб изменения медленных амплитуд

$$\left|\frac{\partial H_i^{sm}}{\partial z}\right| << \left|h_s H_i^{sm}\right|. \tag{2.14}$$

Подставляя разложение (2.13) в (2.10)-(2.12), получим систему связанных уравнений параболического типа для амплитуд пространственных гармоник

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \left(rH_{r}^{sm} \right)}{\partial r} \right) - \frac{m^{2}}{r^{2}} H_{r}^{sm} - 2ih_{s} \frac{\partial H_{r}^{sm}}{\partial z} - 2ik \frac{\partial H_{r}^{sm}}{c \partial t} + \left(k^{2} - h_{s}^{2} \right) H_{r}^{sm} - \frac{2im}{r^{2}} H_{\phi}^{sm} =$$

$$= \frac{4\pi}{c} \frac{1}{r} \left\langle \frac{\partial j_{z}^{e\omega}}{\partial \phi} e^{ih_{s}z - im\phi} \right\rangle_{\phi}, \qquad (2.15)$$

$$\frac{2im}{r^{2}}H_{r}^{sm} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{\phi}^{sm})}{\partial r}\right) - \frac{m^{2}}{r^{2}}H_{\phi}^{sm} - 2ih_{s}\frac{\partial H_{\phi}^{sm}}{\partial z} - 2ik\frac{\partial H_{\phi}^{sm}}{c\partial t} + \left(k^{2} - h_{s}^{2}\right)H_{\phi}^{sm} =$$

$$= \frac{4\pi}{c}\left\langle\frac{\partial j_{z}^{e\omega}}{\partial r}e^{ih_{s}z - im\phi}\right\rangle_{\phi} - \frac{4\pi ki}{c}\delta(r - r_{0})\left\langle i_{\phi}^{\mu\omega}e^{ih_{s}z - im\phi}\right\rangle_{\phi},$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H_{z}^{sm}}{\partial r}\right) - \frac{m^{2}}{r^{2}}H_{z}^{sm} - 2ih_{s}\frac{\partial H_{z}^{sm}}{\partial z} - 2ik\frac{\partial H_{z}^{sm}}{c\partial t} + \left(k^{2} - h_{s}^{2}\right)H_{z}^{sm} =$$

$$= -\frac{4\pi ki}{c}\delta(r - r_{0})\left\langle i_{z}^{\mu\omega}e^{ih_{s}z - im\phi}\right\rangle_{\phi}.$$

$$(2.16)$$

Подробно рассмотрим магнитные поверхностные токи. Из уравнений Максвелла с учетом $j_r^{\mu} = 0$ следует выражение

$$\vec{j}^{\mu} = -\frac{c}{4\pi} \Biggl(\Biggl(\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\partial H_{\phi}}{c\partial t} \Biggr) \vec{e}_{\phi} + \Biggl(\frac{1}{r} \frac{\partial (rE_{\phi})}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} + \frac{\partial H_z}{c\partial t} \Biggr) \vec{e}_z \Biggr).$$
(2.18)

Откуда интегрированием $\vec{j}^{\mu} = \vec{i}^{\mu} \delta(r - r_0)$ в малой окрестности r_0 получим соотношения для компонент эффективного поверхностного магнитного тока

$$i_{z}^{\mu} = -\frac{c}{4\pi} E_{\phi} \Big|_{r=r_{0}}, \quad i_{\phi}^{\mu} = \frac{c}{4\pi} E_{z} \Big|_{r=r_{0}}.$$
(2.19)

Представляя поля в виде рядов по величине малых деформаций r. (по аналогии с (1.3)), имеем:

$$\vec{i}^{\mu\omega} = \frac{c}{4\pi} \Big[\vec{n}, \nabla \Big(r_{\tilde{c}} \vec{E}^0, \vec{n} \Big) + ikr_{\tilde{c}} \Big[\vec{n}, \vec{H}^0 \Big] \Big], \qquad (2.20)$$

где \vec{n} – внешняя нормаль к поверхности $r(z) = r_0$, $\vec{E}^0 = \vec{E}^{\omega}(r_0)$, $\vec{H}^0 = \vec{H}^{\omega}(r_0)$. Подставляя разложения полей (2.9),(2.13) в выражения для магнитного тока (2.20), приведем систему уравнений (2.15)-(2.17) к виду

$$2h_{s}\frac{\partial H_{r}^{sm}}{\partial z} + 2k\frac{\partial H_{r}^{sm}}{c\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{r}^{sm})}{\partial r}\right) + i\left(k^{2} - h_{s}^{2} - \frac{m^{2}}{r^{2}}\right)H_{r}^{sm} + \frac{2m}{r^{2}}H_{\varphi}^{sm} =$$

$$= i\frac{4\pi}{c}\left\langle\frac{1}{r}\frac{\partial j_{z}^{co}}{\partial \varphi}e^{ih_{z}-im\varphi}\right\rangle_{\varphi},$$

$$2h_{s}\frac{\partial H_{\varphi}^{sm}}{\partial z} + 2k\frac{\partial H_{\varphi}^{sm}}{c\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{\varphi}^{sm})}{\partial r}\right) + i\left(k^{2} - h_{s}^{2} - \frac{m^{2}}{r^{2}}\right)H_{\varphi}^{sm} - \frac{2m}{r^{2}}H_{r}^{sm} =$$

$$= i\delta(r - r_{0})\left(\alpha_{s+1}^{+}H_{\varphi}^{(s+1)m} + \alpha_{s-1}^{-\varphi}H_{\varphi}^{(s-1)m} + \alpha_{s}^{z}\left(H_{z}^{(s+1)m} + H_{z}^{(s-1)m}\right)\right) + i\frac{4\pi}{c}\left\langle\frac{\partial j_{z}^{co}}{\partial r}e^{ih_{z}z-im\varphi}\right\rangle_{\varphi},$$

$$2h_{s}\frac{\partial H_{z}^{sm}}{\partial z} + 2k\frac{\partial H_{z}^{sm}}{c\partial t} + i\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H_{z}^{sm}}{\partial r}\right) + i\left(k^{2} - h_{s}^{2} - \frac{m^{2}}{r^{2}}\right)H_{z}^{sm} =$$

$$= i\delta(r - r_{0})\left(\alpha_{s+1}^{z}H_{\varphi}^{(s+1)m} + \alpha_{s-1}^{z}H_{\varphi}^{(s-1)m} - \alpha_{r}\left(H_{z}^{(s+1)m} + H_{z}^{(s-1)m}\right)\right),$$

$$(2.23)$$

где коэффициенты связи гармоник определяются соотношениями

$$\alpha_s^{\pm\varphi} = \frac{r_1}{2} \left(\left(h_s^2 - k^2 \right) \mp \bar{h} h_s \right), \quad \alpha_s^z = m \frac{h_s}{2} \frac{r_1}{r_0}, \quad \alpha_r = \frac{r_1}{2} \left(k^2 - \frac{m^2}{r_0^2} \right). \tag{2.24}$$

Уравнения движения

Предположим, что релятивистский электронный пучок движется прямолинейно в сильном магнитном поле. В условиях взаимодействия черенковского типа действующей компонентой поля, которая обуславливает группировку электронов в пучке, является синхронная продольная компонента электрического поля E_z . Соответственно, уравнения движения аналогично (1.30) могут быть представлены в виде:

$$\frac{d\gamma}{dz} = -\frac{e}{m_e c^2} E_z^{s'}, \quad \frac{d\theta}{dz} = \frac{k}{\beta(\gamma)} - h_{s'}.$$
(2.25)

Продольная компонента электрического поля определяется формулой:

$$E_{z}^{s'} = \operatorname{Re}\left(\frac{i}{k}\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(rH_{\varphi}^{s'm}\right)}{\partial r} - \frac{im}{r}H_{r}^{s'm}\right)e^{i\omega t - ih_{s'}z + im\varphi} - \frac{4\pi i}{\omega}j_{z}^{e\omega}\right),\tag{2.26}$$

где *s'* – номер синхронной пространственной гармоники.

Модуляции плотности электронного потока, наводимые полем частоты ω, будут представлять собой периодическую функцию времени, которая может быть разложена в ряд Фурье (1.33), где для гармоник справедливо (1.34). С учетом (2.9) удобно представить синхронную гармонику тока в виде ряда по азимутальным функциям

$$j_{z}^{e\omega} = \sum_{m} j_{z}^{e\omega m} e^{im\varphi}, \quad j_{z}^{e\omega m} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} j_{z}^{e\omega} e^{-im\varphi} d\varphi.$$
(2.27)

Невозмущенное распределение тока определяется формулами

$$j_{0} = -\frac{I_{0}f(r,\phi)}{N_{e}}, \quad N_{e} = \int_{0}^{r_{0}} \int_{0}^{2\pi} f(r,\phi) r d\phi dr, \qquad (2.28)$$

где $f(r, \phi)$ – функция распределения плотности тока, N_e – норма плотности пучка, I_0 – полный ток пучка. Аналогично (1.84), в численном моделировании усредненных уравнений рассматриваются электронные потоки с функцией распределения

$$f(r) = \cos^{2}(\pi(r - r_{e})/b_{e}), \quad r \in [r_{e} - b_{e}/2, r_{e} + b_{e}/2], \quad (2.29)$$

поскольку сглаживание полей на границах электронного потока позволяет избежать ошибок счета, связанных с разрывами функции распределения и ее производной [101]. С учетом (2.26)-(2.28) уравнение для изменения энергии электрона приобретает вид:

$$\frac{d\gamma}{dz} = \operatorname{Re}\left(i\frac{e}{m_{e}c^{2}k}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(rH_{\phi}^{s'm}\right)}{\partial r} - \frac{im}{r}H_{r}^{s'm} + \frac{4\pi}{c}\frac{I_{0}}{N_{e}}\left\langle f\left(r,\varphi\right)Je^{-im\varphi}\right\rangle_{\varphi}\right)e^{i\theta+im\varphi}\right).$$
(2.30)

Самосогласованная система уравнений

Комбинируя (2.21)-(2.24) с (2.25),(2.30), получим самосогласованную систему укороченных уравнений, описывающую процесс электронно-волнового взаимодействия.

$$2h_{s}\frac{\partial H_{r}^{sm}}{\partial z} + 2k\frac{\partial H_{r}^{sm}}{c\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{r}^{sm})}{\partial r}\right) + i\kappa_{s}^{2}H_{r}^{sm} + \frac{2m}{r^{2}}H_{\phi}^{sm} = \frac{m}{r}I(r)\delta_{s's},$$
(2.31)

$$2h_{s}\frac{\partial H_{\varphi}^{sm}}{\partial z} + 2k\frac{\partial H_{\varphi}^{sm}}{c\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{\varphi}^{sm})}{\partial r}\right) + i\kappa_{s}^{2}H_{\varphi}^{sm} - \frac{2m}{r^{2}}H_{r}^{sm} =$$

$$= i\delta(r-r_{0})\left(\alpha_{s+1}^{*\phi}H_{\varphi}^{(s+1)m} + \alpha_{s-1}^{-\phi}H_{\varphi}^{(s-1)m} + \alpha_{s}^{z}\left(H_{z}^{(s+1)m} + H_{z}^{(s-1)m}\right)\right) - i\frac{\partial I(r)}{\partial r}\delta_{s's},$$

$$2h_{s}\frac{\partial H_{z}^{sm}}{\partial z} + 2k\frac{\partial H_{z}^{sm}}{c\partial t} + i\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H_{z}^{sm}}{\partial r}\right) + i\kappa_{s}^{2}H_{z}^{sm} =$$

$$= i\delta(r-r_{0})\left(\alpha_{s+1}^{z}H_{\varphi}^{(s+1)m} + \alpha_{s-1}^{z}H_{\varphi}^{(s-1)m} - \alpha_{r}\left(H_{z}^{(s+1)m} + H_{z}^{(s-1)m}\right)\right),$$

$$\frac{d\gamma}{dz} = \operatorname{Re}\left(i\frac{e}{m_{e}c^{2}k}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{\varphi}^{s'm})}{\partial r} - \frac{im}{r}H_{r}^{s'm} + \hat{I}(r)\right)e^{i\theta+im\varphi}\right),$$

$$(2.34)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{k}{2\gamma^2} + k - h_{s'}.$$
(2.35)

Здесь $\kappa_s^2 = k^2 - h_s^2 - m^2 / r^2$, $\hat{I}(r) = 4\pi I_0 \left\langle f(r, \varphi) J e^{-im\varphi} \right\rangle_{\varphi} / cN_e$, $J = \pi^{-1} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0$, $\delta_{s's}$ – символ Кронекера.

В общем случае электромагнитное поле, возбуждаемое электронным пучком в гофрированном цилиндрическом волноводе, может быть представлено в виде суммы несимметричных гибридных электромагнитных волн и их пространственных гармоник [8,14,32]. В пределе $r_1 \rightarrow 0$ такие смешанные типы колебаний разделяются на чисто электрические (TM) и магнитные (TE), которые соответствуют собственной системе мод регулярного цилиндрического волновода. Система уравнений (2.31)-(2.35) в указанных условиях описывает возбуждение и конкуренцию всех типов волн (TM и TE поляризации с различными азимутальными индексами) гофрированного цилиндрического волновода произвольной сверхразмерности.

Ограничимся далее анализом возбуждения аксиально-симметричных волн. Как показывает сопоставление с результатами РІС моделирования, а также имеющимися экспериментальными данными, преимущественное возбуждение аксиально-симметричных волн имеет место при относительно небольших факторах сверхразмерности ($r_0 < 1.5\lambda$). В таком случае система уравнений (2.31)-(2.35) значительно упрощается. В ней остаются только волны ТМ типа с азимутальным индексом m = 0, поскольку симметричные волны различных поляризаций не связываются на гофрировке, а ТЕ волны не взаимодействуют с прямолинейными электронными пучками. Поле полностью описывается тремя компонентами $H^{\omega}_{\phi}, E^{\omega}_{z}, E^{\omega}_{r}$, эффективный поверхностный магнитный ток имеет лишь азимутальную компоненту. Соответственно, уравнения (2.31)-(2.33) сводятся к системе уравнений для амплитуд пространственных гармоник единственной (азимутальной) компоненты H^{ω}_{ϕ}

$$2h_{s}\frac{\partial H_{\phi}^{s}}{\partial z} + 2k\frac{\partial H_{\phi}^{s}}{c\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{\phi}^{s})}{\partial r}\right) + i\kappa_{s}^{2}H_{\phi}^{s} =$$

$$= i\delta(r - r_{0})\left(\alpha_{s+1}^{+\phi}H_{\phi}^{(s+1)} + \alpha_{s-1}^{-\phi}H_{\phi}^{(s-1)}\right) - i\frac{\partial\hat{I}(r)}{\partial r}\delta_{s's},$$

$$\frac{d\gamma}{dz} = \operatorname{Re}\left(i\frac{e}{m_{e}c^{2}k}\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{\phi}^{s'})}{\partial r}e^{i\theta} + \hat{I}(r)e^{i\theta}\right),$$
(2.37)

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{k}{2\gamma^2} + k - h_{s'},\tag{2.38}$$

где $\kappa_s^2 = k^2 - h_s^2$, $\alpha_s^{\pm \varphi} = r_1 (h_s h_{s\mp 1} - k^2)/2$. Функцию распределения электронной плотности считаем азимутально-симметричной, $\hat{I}(r) = 4\pi I_0 f(r) J/cN_e$, $N_e = 2\pi \int_0^{r_0} f(r) r dr$.

2.2 Распространение аксиально-симметричных волн ТМ-поляризации в слабогофрированных волноводах цилиндрической геометрии

2.2.1 Дисперсионное уравнение и его анализ

Как показано в <u>Разделе 2.1</u>, распространение симметричных ТМ-поляризованных волн в слабогофрированном цилиндрическом волноводе в отсутствие электронного потока может быть описано системой уравнений

$$2h_{s}\frac{\partial H_{\phi}^{s}}{\partial z}+2k\frac{\partial H_{\phi}^{s}}{c\partial t}+i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(rH_{\phi}^{s}\right)}{\partial r}\right)+i\kappa_{s}^{2}H_{\phi}^{s}=i\delta\left(r-r_{0}\right)\left(\alpha_{s+1}^{+\phi}H_{\phi}^{(s+1)}+\alpha_{s-1}^{-\phi}H_{\phi}^{(s-1)}\right).$$
(2.39)

Поскольку в рассматриваемом случае остается лишь азимутальная компонента магнитного поля, индекс φ при амплитудах пространственных гармоник далее опускается.

Отметим, что уравнения (2.39) справедливы при выполнении условия (2.14), т.е. в небольшой окрестности выбранных опорной частоты ω_0 и продольного волнового числа h_0 . Для корректного описания дисперсии низшей моды гофрированного волновода допустим, что для ω_0, h_0 выполняется равенство $\kappa_{01}^2 = k_0^2 - h_0^2$, где $k_0 = \omega_0 / c$, $\kappa_{01} = v_{01} / r_0$ – поперечное собственное число ТМ₀₁ моды регулярного волновода, v_{01} – первый корень нулевого Бесселя $J_0(v_{01}) = 0$. Подставляя в (2.39) выражения для коэффициентов связи $\alpha_s^{\pm \varphi}$, с учетом определения κ_s^2 , получим систему связанных уравнений параболического типа для амплитуд пространственных гармоник

$$2h_{s}\frac{\partial H_{s}}{\partial z} + \frac{2k_{0}}{c}\frac{\partial H_{s}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{s})}{\partial r}\right) + i\left(k_{0}^{2} - h_{s}^{2}\right)H_{s} =$$

$$= i\frac{r_{1}}{2}\delta(r - r_{0})\left(s\left(s+1\right)\bar{h}^{2} + (2s+1)\bar{h}h_{0} - \kappa_{01}^{2}\right)H_{s+1} +$$

$$+ i\frac{r_{1}}{2}\delta(r - r_{0})\left(s\left(s-1\right)\bar{h}^{2} + (2s-1)\bar{h}h_{0} - \kappa_{01}^{2}\right)H_{s-1},$$
(2.40)

где $h_s = h_0 + s\bar{h}$. Для вывода дисперсионного уравнения $\Omega(\Gamma)$, описывающего нормальные волны бесконечного по продольной координате гофрированного волновода, ищем решение уравнений (2.40) в виде

$$H_s = \bar{H}_s J_1(g_s r) e^{i\Omega t - i\Gamma z}.$$
(2.41)

Здесь Ω , Γ – малые поправки к частоте $\omega = \omega_0 + \Omega$ и продольному волновому числу $h = h_0 + \Gamma$:

$$|\Omega| \ll \omega_0, |\Gamma| \ll h_0. \tag{2.42}$$

Из левой части уравнений (2.40) с учетом (2.41) следуют выражения для поперечных волновых чисел пространственных гармоник

$$g_s^2 = k_0^2 - h_s^2 - 2h_s\Gamma + 2k_0\Omega/c.$$
(2.43)

Проведя интегрирование (2.40) вблизи *r* = *r*₀, получим бесконечную систему алгебраических уравнений, описывающую связь амплитуд гармоник

$$g_{s}J_{0}(g_{s}r_{0})\overline{H}_{s} = \frac{r_{1}}{2}(\kappa_{01}^{2} - s(s+1)\overline{h}^{2} - (2s+1)\overline{h}h_{0})J_{1}(g_{s+1}r_{0})\overline{H}_{s+1} + \frac{r_{1}}{2}(\kappa_{0}^{2} - s(s-1)\overline{h}^{2} - (2s-1)\overline{h}h_{0})J_{1}(g_{s-1}r_{0})\overline{H}_{s-1}.$$
(2.44)

В случае мелкой гофрировки амплитуды пространственных гармоник H_s спадают пропорционально степени малого параметра ~ $r_1^{2s} / \overline{d}^{2s}$ [23]. Вследствие этого можно ограничиться учетом трех первых гармоник, и привести бесконечную систему уравнений (2.40) к виду:

$$2h_{0}\frac{\partial H_{0}}{\partial z} + \frac{2k_{0}}{c}\frac{\partial H_{0}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{0})}{\partial r}\right) + i\kappa_{01}^{2}H_{0} =$$

$$= i\frac{r_{1}}{2}\delta(r-r_{0})\left((\bar{h}h_{0}+\kappa_{01}^{2})H_{-1}-(\bar{h}h_{0}-\kappa_{01}^{2})H_{1}\right),$$

$$2h_{1}\frac{\partial H_{1}}{\partial z} + \frac{2k_{0}}{c}\frac{\partial H_{1}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{1})}{\partial r}\right) - i\left(h_{1}^{2}-k_{0}^{2}\right)H_{1} =$$

$$= -i\frac{r_{1}}{2}\delta(r-r_{0})\left(\bar{h}h_{0}-\kappa_{01}^{2}\right)H_{0},$$

$$2h_{-1}\frac{\partial H_{-1}}{\partial z} + \frac{2k_{0}}{c}\frac{\partial H_{-1}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{-1})}{\partial r}\right) - i\left(h_{-1}^{2}-k_{0}^{2}\right)H_{-1} =$$

$$= i\frac{r_{1}}{2}\delta(r-r_{0})\left(\bar{h}h_{0}+\kappa_{01}^{2}\right)H_{0}.$$

$$(2.45)$$

В этом приближении из условия нетривиальности решения системы уравнений (2.45)-(2.47) получим дисперсионное уравнение

$$g_{0}J_{0}(g_{0}r_{0}) = \frac{r_{1}^{2}}{4}J_{1}(g_{0}r_{0})\left(\frac{\left(\kappa_{01}^{2} - \bar{h}h_{0}\right)^{2}J_{1}(g_{1}r_{0})}{g_{1}J_{0}(g_{1}r_{0})} + \frac{\left(\kappa_{01}^{2} + \bar{h}h_{0}\right)^{2}J_{1}(g_{-1}r_{0})}{g_{-1}J_{0}(g_{-1}r_{0})}\right),$$
(2.48)

которое может быть получено из дисперсионного уравнения для симметричных ТМ волн, содержащегося в диссертационной работе Н.Ф. Ковалева [31], если в последнем считать выполненными условия применимости квазиоптического приближения. С другой стороны, использование квазиоптического приближения в эволюционных уравнениях (2.45)-(2.47), которые представляют собой систему связанных параболических уравнений, позволяет в дальнейшем на основе указанной системы провести анализ как линейных (<u>П.2.2.2</u>), так и нелинейных (с учетом влияния электронного потока – <u>П.2.3.2</u>) краевых задач.



<u>Рис. 2.2</u> (а) Красные линии – дисперсионные кривые, получаемые из уравнения (2.48), когда в качестве опорной выбрана TM₀₁ мода регулярного волновода, синие линии – дисперсионные кривые мод регулярного волновода, штриховая линия – световой конус; (б) красные линии – совокупность решений аналогичных (2.48) дисперсионных уравнений при условии, что в качестве опорных выбирались различные TM_{0n} моды регулярного волновода. Серым цветом на обоих рисунках показана область применимости квазиоптического приближения. *r*₀ = 6 см, *d* = 1.5 см,

$$(r_0 / \lambda \approx 2)$$
 и $r_1 = 0.1$ см.

На <u>Рис. 2.2a</u> для сверхразмерного гофрированного цилиндрического волновода с параметрами $r_0 = 6$ см, d = 1.5 см, $r_1 = 0.1$ см красными линиями изображены дисперсионные кривые, являющиеся решениями уравнения (2.48), синими линиями показана дисперсия собственных симметричных ТМ мод регулярного волновода, штриховая линия соответствует

световому конусу. Светло серым цветом отмечена область выполнения условия (2.42), где дисперсия волн хорошо аппроксимируется квазиоптическим приближением. В исследуемом случае малых глубин гофрировки и относительно большой сверхразмерности (когда спектр мод достаточно плотный), дисперсия нескольких симметричных мод с наименьшими радиальными индексами в окрестности брэгговского резонанса также достаточно точно описывается уравнением (2.48) в приближении, когда в качестве несущей взята низшая симметричная мода регулярного волновода. Соответственно, система уравнений связанных волн (2.45)-(2.47) может быть использована при описании электронно-волнового взаимодействия в режимах, близких к брэгговскому резонансу.

Вместе с тем, на <u>Рис 2.2а</u> заметны существенные различия дисперсионных кривых высших нормальных волн и соответствующих парциальных волн вдали от брэгговского резонанса. В принципе, для улучшения точности описания дисперсии высших симметричных мод в уравнении (2.48) следует использовать условие $\kappa_{0n}^2 = k_0^2 - h_0^2$, $\kappa_{0n} = v_{0n} / r_0 - n$ -ый корень нулевого Бесселя $J_0(v_{0n}) = 0$, n – радиальный номер моды (это соответствует случаю, когда в качестве опорной выбирается собственная мода регулярного волновода с радиальным индексом n). Результаты такого подхода для волновода с указанными выше параметрами представлены на Рис. 2.26.

В качестве дополнительной проверки условий применимости квазиоптической модели проведем сопоставление решений (2.48) с результатами прямого численного моделирования дисперсионных характеристик аксиально-симметричных волн на основе FIT (Finite Integration Technique) кода CST Microwave Studio [88]. На <u>Рис. 2.3</u> сплошными красными линиями изображены дисперсионные характеристики низшей симметричной моды, следующие из уравнения (2.48) при фиксированном периоде d = 1.5 см и различных средних радиусах волновода $r_0 = 3, 4.5, 6$ см и глубинах гофрировки $r_1 = 1.5, 3$ мм. Синей пунктирной линией показаны те же характеристики, получаемые с помощью прямого численного моделирования. Для большей наглядности справа от каждого варианта приведены вставки с увеличенным масштабом, а также указаны величины максимального расхождения аналитических и численных кривых. Видно, что при глубинах



<u>Рис. 2.3</u> Красные сплошные линии – дисперсионные характеристики моды TM₀₁ цилиндрического гофрированного волновода, следующие из решения уравнения (2.48), синие пунктирные линии – те же характеристики, полученные в рамках кода CST Studio Suite. Черная штриховая линия – световой конус. Зависимости построены для волноводов с радиусами $r_0 = 3$ см (а), 4.5 см (б), 6 см (в), и амплитудами $r_1 = 1.5$ мм и 3 мм (период гофра d = 1.5 см).

гофрировки, малых в масштабе периода и радиуса волновода, аналитические и численные кривые совпадают с точностью до десятых долей процента.

Отметим, что, подобно [5а], дисперсионное уравнение (2.48) может быть значительно упрощено в областях, близких к брэгговским резонансам, и в областях, далеких от него.

Импедансное приближение

Вдали от брэгговского резонанса, когда выполняются неравенства

$$\left|h_{0}^{2}-k_{0}^{2}\right| << \left|h_{-1,1}^{2}-k_{0}^{2}\right|$$
(2.49)

(область I на <u>Рис. 2.4</u>), поперечные волновые числа гармоник H_1 и H_{-1} можно приближенно считать чисто мнимыми величинами, не зависящими от малых поправок Ω и Γ ,

$$g_{\pm 1}^{2}(k_{0}) = k_{0}^{2} - h_{\pm 1}^{2}(k_{0}).$$
(2.50)

При этом волновые пучки с индексами «1» и «–1» являются замедленными пространственными гармониками волны с индексом «0», которая может быть как объемной модой, так и поверхностной волной (условия реализации того или иного варианта обсуждаются ниже). В указанном случае дисперсионное уравнение (2.48) преобразуется к виду:

$$g_0 \frac{J_0(g_0 r_0)}{J_1(g_0 r_0)} = \chi(k_0), \qquad (2.51)$$

где

$$\chi = \frac{r_1^2}{4} \left(\frac{\left(\kappa_{01}^2 - \bar{h}h_0\right)^2 J_1(g_1 r_0)}{g_1 J_0(g_1 r_0)} + \frac{\left(\kappa_{01}^2 + \bar{h}h_0\right)^2 J_1(g_{-1} r_0)}{g_{-1} J_0(g_{-1} r_0)} \right)$$
(2.52)

– импедансная функция, $g_0^2(k_0,\Gamma) = \kappa_{01}^2 - 2h_0(k_0)\Gamma$, $h_0(k_0) = \sqrt{k_0^2 - \kappa_{01}^2}$. При выполнении условия

$$g_0^2(k_0,\Gamma) < 0$$
 (2.53)

гармоника с индексом «0» является замедленной поверхностной волной, и она может быть возбуждена электронным пучком в условиях черенковского синхронизма. Такой режим электронно-волнового взаимодействия был фактически рассмотрен в <u>Главе 1</u> при анализе ЛБВ на поверхностной волне в сверхразмерных электродинамических системах планарной геометрии. Уравнение возбуждения основной замедленной гармоники (2.105), аналогичное (1.35), приведено далее в <u>П.2.3.1</u>.



<u>Рис. 2.4</u> Красная сплошная линия – дисперсионная характеристика низшей нормальной волны цилиндрического гофрированного волновода (2.48), синие линии – характеристики парциальных волн. Черные штриховые линии – прямые k = h и $k = \overline{h} - h$. Области I и II соответствуют выполнению условий (2.49) и (2.54), когда применимо импедансное приближение. Область II – выполнению условия (2.59), в приближении брэгговского резонанса.

Если выполнено альтернативное условие

$$\left|h_{-1}^{2}-k_{0}^{2}\right| \ll \left|h_{0}^{2}-k_{0}^{2}\right| \ll \left|h_{1}^{2}-k_{0}^{2}\right|, \qquad (2.54)$$

что соответствует области II на <u>Рис. 2.4</u>, то H_0 приобретает смысл синхронной электронному пучку пространственной гармоники, в то время как H_{-1} может быть как объемной модой, так и замедленной поверхностной волной. Вкладом гармоники H_1 при условии (2.54) можно пренебречь, поскольку ее декремент поперечного спадания по абсолютной величине сильно превосходит декремент H_0 . В приближении фиксированной структуры поля, когда оно представляется в виде суперпозиции объемной волны H_{-1} и замедленной пространственной гармоники H_0 , пользуясь выражениями для связи амплитуд гармоник низшей симметричной TM моды на поверхности волновода (2.44), можно представить поле в виде

$$H_{\varphi} = \operatorname{Re}\left(H_{-1}J_{1}(g_{-1}r)e^{i(\omega_{0}t-h_{-1}z)} + \frac{r_{1}}{2g_{0}}(\kappa_{01}^{2}+\bar{h}h_{0})\frac{J_{1}(g_{-1}r_{0})}{J_{0}(g_{0}r_{0})}H_{-1}J_{1}(g_{0}r)e^{i(\omega_{0}t-h_{0}z)}\right), \quad (2.55)$$

где поперечные волновые числа гармоник $g_0^2 = k_0^2 - h_0^2$, $g_{-1}^2 = k_0^2 - h_{-1}^2$. Действующая на электроны продольная компонента электрического поля определяется из соотношения (2.26):

$$E_{z}^{0} = -\operatorname{Re}\left(i\frac{r_{1}}{2k_{0}}\left(\kappa_{01}^{2} + \overline{h}h_{0}\right)H_{-1}\frac{J_{1}\left(g_{-1}r_{0}\right)}{J_{0}\left(g_{0}r_{0}\right)}J_{0}\left(g_{0}r\right)e^{i\left(\omega_{0}t - h_{0}z\right)}\right).$$
(2.56)

В соответствии с [3,31] запишем сопротивление связи волны с электронным пучком, определяемое как отношение квадрата синхронной компоненты действующего на электроны поля к мощности, которую переносит волна

$$Z_{c} = \frac{\left|E_{z}^{0}\right|^{2}}{2h_{0}^{2}P_{-}}.$$
(2.57)

С учетом (2.55) и (2.56) из (2.57) для сопротивления связи имеем:

$$Z_{c} = r_{1}^{2} \frac{\left(\kappa_{01}^{2} + \bar{h}h_{0}\right)^{2}}{h_{0}^{2}ck_{0}h_{-1}r_{0}^{2}} \frac{J_{0}^{2}\left(g_{0}r_{e}\right)}{J_{0}^{2}\left(g_{0}r_{0}\right)},$$
(2.58)

где r_e – радиус инжекции трубчатого электронного пучка. Выражение (2.58) с точностью до обозначений полностью совпадает с классическим определением [3,31]. Самосогласованные уравнения, описывающие возбуждение объемной обратной волны в импедансном приближении (2.94)-(2.96) приведены ниже в <u>П.2.3.1</u>.

Приближение брэгговского резонанса

В окрестности брэгговского резонанса (область III на Рис. 2.4)

$$|h_0 - \overline{h}/2| \ll \overline{h} \tag{2.59}$$

выполняются условия $|h_0^2 - k_0^2| \ll |h_1^2 - k_0^2|$ и $|h_{-1}^2 - k_0^2| \ll |h_1^2 - k_0^2|$. Вследствие этого H_{-1} симметризуется с основной гармоникой, ее декремент поперечного спадания Im g_{-1} , определяемый соотношением (2.43), становится значительно меньше декремента H_1 . Соответственно, в окрестности брэгговского резонанса можно пренебречь вкладом первой пространственной гармоники. Дисперсионное уравнение (2.48) упрощается и принимает вид

$$g_{+}g_{-} = \alpha^{2} \frac{J_{1}(g_{-}r_{0})J_{1}(g_{+}r_{0})}{J_{0}(g_{-}r_{0})J_{0}(g_{+}r_{0})},$$
(2.60)

где $g_{+} = g_{0}$, $g_{-} = g_{-1}$, $g_{\pm}^{2} = \kappa_{01}^{2} \mp \bar{h}\Gamma + 2\Omega \sqrt{\kappa_{01}^{2} + \bar{h}^{2}/4} / c$, $\alpha = r_{1}(\bar{h}^{2}/2 + \kappa_{01}^{2})/2$. Здесь и далее, с учетом симметрии в окрестности брэгговского резонанса, имея в виду направление потока энергии, для удобства заменим индекс волны H_{0} символом «+», а H_{-1} – «-». Система (2.45)-(2.47) в этом приближении значительно упрощается и сводится к двум связанным уравнениям параболического типа

$$\bar{h}\frac{\partial H_{+}}{\partial z} + \frac{2k_{0}}{c}\frac{\partial H_{+}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{+})}{\partial r}\right) + i\kappa_{01}^{2}H_{+} = i\alpha\delta(r-r_{0})H_{-}, \qquad (2.61)$$

$$-\overline{h}\frac{\partial H_{-}}{\partial z} + \frac{2k_{0}}{c}\frac{\partial H_{-}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{-})}{\partial r}\right) + i\kappa_{01}^{2}H_{-} = i\alpha\delta(r - r_{0})H_{+}, \qquad (2.62)$$



<u>Рис. 2.5</u> Красные линии – решение дисперсионного уравнения (2.48), черная штриховая линия – световой конус; (а) синие штриховые линии – дисперсионные характеристики в импедансном приближении (2.51); (б) фиолетовые штриховые линии – дисперсионные характеристики в приближении брэгговского резонанса (2.60). *d* = 1.5 см, *r*₁ = 1.5 мм и *r*₀ = 6 см.

На <u>Рис. 2.5</u> приведено сравнение общего решения дисперсионного уравнения (2.48) с приближенными решениями на основе соотношений (2.51),(2.60). Видно, что при малых величинах глубины гофрировки в окрестности брэгговского резонанса дисперсионные характеристики хорошо аппроксимируются соотношением (2.60), а вдали от него – соотношением (2.51).



<u>Рис. 2.6</u> Красные линии – определяемые уравнением (2.60) дисперсионные характеристики нормальных волн гофрированного волновода в окрестности брэгговского резонанса. Красные штриховые линии – парциальные волны, черные штриховые линии – световой конус. Точкой *A* обозначена вершина дисперсионной кривой, *B* – ее пересечение с прямой $k = \overline{h} - h$, точка *C* лежит в области, где электромагнитное поле может быть представлено в виде суперпозиции объемной моды и ее пространственной гармоники. Период гофра *d* = 1.5 см, средний радиус волновода $r_0 = 4.5$ см, амплитуда гофра $r_1 = 1.5$ мм.

Поскольку данная глава посвящена исследованию генераторов, работающих в окрестности брэгговского резонанса, рассмотрим более подробно дисперсию волн в этих условиях. Решением уравнения (2.60), представленном на <u>Рис. 2.6</u>, является счетное множество нормальных мод $\Omega_n(\Gamma)$, где нумерация выбрана по возрастанию частоты при фиксированной отстройке Γ . Плотность спектра мод определяется параметром сверхразмерности системы r_0/λ . Красной сплошной линией изображены характеристики нормальных волн в окрестности брэгговского резонанса, красной штриховой линией – парциальных, черной штриховой линией

обозначен световой конус. Аналогично квазиоптической модели планарных генераторов [39], в приближении брэгговского резонанса (2.60) групповые скорости всех парциальных мод одинаковы и равны $\bar{h}c/2k_0$. Учет конечности кривизны волновода позволяет описать неэквидистантность спектра парциальных и нормальных волн, которая обусловлена особенностями собственных функций (2.41).

Условия формирования замедленной симметричной поверхностной волны и ее единственность

Исследуем расщепление дисперсионных характеристик мод TM_{0n} гофрированного волновода вблизи брэгговских резонансов. В частности, найдем отстройки экстремумов $\Omega(\Gamma = 0)$ дисперсионных кривых нормальных волн от брэгговских частот соответствующих парциальных мод. Для этого в уравнении (2.60) в качестве опорного волнового числа выберем $k_0 = \overline{h}/2$ и возьмем $\Gamma = 0$. В результате получим:

$$\hat{g}^{2} = \hat{\alpha}^{2} \frac{J_{1}^{2}(\hat{g}\hat{r}_{0})}{J_{0}^{2}(\hat{g}\hat{r}_{0})},$$
(2.63)

где $\hat{r}_0 = \bar{h}r_0$, $\hat{\Omega} = \Omega(\Gamma = 0)/\bar{h}c$, $\hat{g}^2 = \hat{g}_{\pm}^2 = \hat{\Omega}$, $\hat{\alpha} = \bar{h}r_1/4$. Решение $\hat{\Omega}(\hat{\alpha})$ уравнения (2.63) может быть представлено как обратная функция следующего из (2.63) выражения

$$\hat{\alpha}(\hat{\Omega}) = \left| \sqrt{\hat{\Omega}} \frac{J_0\left(\sqrt{\hat{\Omega}}\hat{r}_0\right)}{J_1\left(\sqrt{\hat{\Omega}}\hat{r}_0\right)} \right|.$$
(2.64)

Зависимость (2.64) изображена на <u>Рис. 2.7а,в</u> красными линиями. Функции из правой части выражения (2.64) представлены на <u>Рис. 2.76,г</u>.



<u>Рис. 2.7</u> (а) Красная кривые – зависимости $\hat{\Omega}(\hat{\alpha})$, следующие из выражения (2.64) при $r_0 = 6$ см и d = 1.5 см. Штриховыми красными линиями обозначены уровни, соответствующие брэгговским частотам парциальных мод, синими полупрозрачными линиями – предельные значения частот мод с радиальными индексами n > 1. (б) Функции Бесселя нулевого и первого порядка $J_{0,1}(\sqrt{\hat{\Omega}\hat{r}_0})$, корни которых соответствуют отмеченным уровням. (в),(г) Те же зависимости, при другом значении радиуса волновода $r_0 = 4$ см.

Область малых коэффициентов связи. Очевидно, что $\hat{\Omega}(\hat{\alpha})$ является неоднозначной функцией. Нули выражения (2.64) совпадают с нулями функции Бесселя $J_0(\sqrt{\hat{\alpha}}\hat{r}_0)$, т.е. при $\hat{\alpha} \rightarrow 0$ частоты расщепленных дисперсионных характеристик стремятся к значениям $\hat{\alpha} \rightarrow \hat{\kappa}_{0n}^2$ (где $\hat{\kappa}_{0n} = v_{0n}/\hat{r}_0$), отмеченным на <u>Рис. 2.7</u> красными штриховыми линиями. Такая ситуация соответствует предельному случаю перехода нормальных волн гофрированного цилиндрического волновода в собственные моды TM_{0n} регулярного волновода. Действительно, «2*n*-1» и «2*n*» ветви функции $\hat{\Omega}(\hat{\alpha})$ соответствуют экстремумам дисперсионной характеристики моды TM_{0n}, расщепленной вблизи брэгговского резонанса.

Покажем, что производные $d\hat{\Omega}/d\hat{\alpha}$ при $\hat{\alpha} = 0$ совпадают для различных мод. При малых коэффициентах связи (что соответствует приближению слабого возмущения структуры объемной моды) представим $\hat{g}^2 = \hat{g}_n^2 = \hat{\kappa}_{0n}^2 + \hat{\Omega}_n$, где $\hat{\Omega}_n$ – отстройка от брэгговской частоты моды с радиальным индексом *n*. Пользуясь асимптотическими формулами функции Бесселя нулевого порядка вблизи его корней [90], получим приближенное решение (2.64) в виде

$$\hat{\Omega}_{n} = \pm \hat{\alpha}^{2} \frac{4\hat{\kappa}_{0n}^{2}}{\hat{\Omega}_{n}^{2}\hat{r}_{0}^{2}} - \hat{\kappa}_{0n}^{2}.$$
(2.65)

Несмотря на то, что для мод с различными радиальными индексами выражения (2.65) различаются, при $|\hat{\Omega}_n| \ll \hat{\kappa}_{0n}^2$ выражения для $\hat{\Omega}_n$ имеют универсальный вид

$$\hat{\Omega}_n = \mp 2\hat{\alpha} / \hat{r}_0, \qquad (2.66)$$

не зависящий от поперечного волнового числа моды. Указанное обстоятельство обусловлено тем, что при достаточно малых коэффициентах связи $\hat{\alpha} \rightarrow 0$ полоса расщепления может быть существенно меньше расстояния между модами с различными радиальными индексами, и в полосу брэгтовского резонанса попадают только две волны – прямая и обратная. Универсальный вид расщепления дисперсионных характеристик (2.66) для мод не только с нулевым, но и произвольным азимутальным индексом в таком случае определяется на основе известных уравнений брэгтовской связи мод с фиксированной структурой поля [32,102]. На <u>Рис. 2.8</u> приведены решения $\hat{\Omega}_n(\hat{\alpha})$ для мод с радиальными индексами n=1-3, зеленой штриховой линией обозначена общая асимптота.



<u>Рис. 2.8</u> Отстройки вершин дисперсионных характеристик нормальных волн от брэгговских частот парциальных мод как функции коэффициента связи ($r_0 = 6$ см и d = 1.5 см), полученные из уравнения (2.65): красная линия – TM_{01} , оранжевая – TM_{02} , фиолетовая – TM_{03} . Зеленой сплошной линией обозначена общая асимптота в пределе $\hat{\alpha} \rightarrow 0$ (2.66). Штриховыми линиями изображены асимптоты в противоположном предельном случае больших коэффициентов связи: оранжевая – уровень $\hat{\alpha}_2 = \hat{\mu}_{11}^2 - \hat{\kappa}_{02}^2$, фиолетовая – уровень $\hat{\alpha}_3 = \hat{\mu}_{12}^2 - \hat{\kappa}_{03}^2$, черная – парабола, определяемая соотношением (2.69).

Область больших коэффициентов связи. Соотношение (2.64) имеет особенности $\hat{\alpha}(\hat{\Omega}) \rightarrow \infty$ вблизи нулей знаменателя $J_1(\sqrt{\hat{\Omega}}\hat{r}_0) = 0$. При этом для моды TM_{0n} с n > 1 область отстроек $\hat{\Omega}_n$ ограничена «n» и «n-1» корнями $\mu_{1(n-1)}$ и μ_{1n} функции Бесселя первого порядка:

$$\hat{\mu}_{1(n-1)}^2 < \hat{\Omega}_n < \hat{\mu}_{1n}^2, \tag{2.67}$$

 $\mu_{1(n-1)} = \hat{\mu}_{1(n-1)}\hat{r}_0$. Это означает, что при больших значениях коэффициента связи дисперсионные характеристики мод с радиальными индексами n > 1 выходят на предельные значения, отмеченные на <u>Рис. 2.7</u> синими линиями, а на <u>Рис. 2.8</u> – штриховыми линиями. На основе проведенного анализа можно сделать вывод, что значения поперечных волновых чисел нижних ветвей нормальных волн с радиальными индексами n > 1 лежат в интервалах $\hat{\kappa}_{0n} \ge \hat{g}_n > \hat{\mu}_{1(n-1)}$

(см. <u>Рис. 2.7а,в</u>). Следовательно, дисперсионные характеристики этих волн не могут опуститься ниже светового конуса ни при каких значениях коэффициента связи.

Нижняя ветвь (2.64), соответствующая замедленной компоненте моды TM₀₁, лежит ниже первого нуля функции Бесселя $\hat{\Omega}_n < \hat{\mu}_{11}^2$ и не имеет ограничения снизу (ср. с (2.67)). Соответственно, при больших коэффициентах связи мода TM₀₁ сильно замедляется (см. <u>Рис. 2.7а,в</u>), переходя через уровень $\hat{\Omega} = 0$ при

$$\hat{\alpha}(0) = \lim_{\hat{\Omega} \to 0} \left| \frac{\sqrt{\hat{\Omega}} J_0\left(\sqrt{\hat{\Omega}} \hat{r}_0\right)}{J_1\left(\sqrt{\hat{\Omega}} \hat{r}_0\right)} \right| = \frac{2}{\hat{r}_0}$$
(2.68)

(точка *S* на <u>Рис. 2.7а,в</u>), что фактически означает, что дисперсионная характеристика моды пересекает световой конус, и волна становится медленной, а ее пространственная структура представляет собой прижатую поверхностную волну. В пределе $\hat{\alpha} \rightarrow \infty$, используя асимптотические формулы для функций Бесселя при больших аргументах [90], получим параболу

$$\hat{\Omega}_1 = -\hat{\alpha}^2, \qquad (2.69)$$

изображенную на <u>Рис. 2.8</u> черной штриховой линией. Следовательно, при достаточно малых коэффициентах связи расщепление дисперсионной характеристики низшей моды пропорционально первому порядку коэффициента связи, подобно всем другим модам (2.66). Однако при больших коэффициентах связи замедление TM₀₁ моды пропорционально квадрату коэффициента связи (2.69), как было показано в [39].

На <u>Рис. 2.7</u> приведено сравнение решений (2.64) при d = 1.5 см и различных радиусах волновода $r_0 = 6$ см (а,в) и $r_0 = 4$ см (б,г). Видно, что увеличением сверхразмерности волновода спектр мод сгущается, вследствие чего диапазоны частот нормальных волн сужаются ~ \hat{r}_0^2 (2.67), а замедление волн при предельно малых коэффициентах связи уменьшается ~ \hat{r}_0 (2.66). Дисперсионная характеристика низшей нормальной волны быстрее выходит на асимптоту (2.69).

Таким образом, при малых значениях коэффициента связи расщепление дисперсионных характеристик мод TM_{0n} подчиняется универсальному закону (2.66) и пропорционально первой

степени коэффициента связи. Нижние ветви расщепленных дисперсионных характеристик мод TM_{0n} соответствуют замедленным волнам. Однако частоты волн с индексами n > 1 не выходят за границы областей (2.67), вследствие чего дисперсионные характеристики в границах первой зоны Бриллюэна остаются выше светового конуса при любых значениях коэффициента связи. Следовательно, их нулевые пространственные гармоники остаются быстрыми волнами (с фазовой скоростью, большей скорости света $\upsilon_{\phi} > c$) и не могут быть в синхронизме с электронными пучками. Существенно отличие имеет нижняя дисперсионная ветвь моды TM₀₁, которая замедляется значительно сильнее. При выполнении условий (2.70) нулевая пространственная гармоника становится медленной волной, с которой может быть обеспечено синхронное взаимодействие с релятивистским электронным потоком.

<u>Критерий существования замедленной поверхностной волны</u>

На <u>Рис. 2.7</u> серой линией отмечен уровень $\hat{\Omega} = 0$, достижение которого соответствует пересечению светового конуса дисперсионной кривой моды TM₀₁ в ее вершине, при этом поперечные волновые числа распространяющихся волн будут стремиться к нулю. Используя (2.68), найдем условие на величину амплитуды гофрировки, при выполнении которого при заданных периоде и радиусе волновода существует решение в виде поверхностной волны:

$$r_1 \ge \frac{2d^2}{\pi^2 r_0}.$$
 (2.70)

Условие (2.70) хорошо согласуется с оценками, приведенными в [8].

На <u>Рис. 2.9</u> показаны полученные из численного решения уравнения (2.60) мнимые и действительные составляющие поперечных волновых чисел H_+ и H_- гармоник низшей симметричной TM моды как функции сдвига продольного волнового числа от брэгговского при выполненном условии (2.70). Когда замедление оказывается достаточным для того, чтобы дисперсионная характеристика нормальной волны в некоторой области продольных волновых чисел вблизи брэгговского резонанса лежала ниже светового конуса, оба поперечные волновые числа гармоник оказываются чисто мнимыми. В таком случае обе парциальные волны являются поверхностными, радиальное распределение компонент полей указанных волн описывается модифицированными функциями Бесселя и показано красными линиями на <u>Рис. 2.10</u>.



<u>Рис. 2.9</u> Поперечные волновые числа пространственных гармоник в зависимости от сдвига волнового числа от брэгговского при d = 1.5 см, $r_0 = 4.5$ см и $r_1 = 1.5$ мм. Сечения A, B и Cсоответствуют точкам, отмеченным на <u>Рис. 2.6</u>.

По мере увеличения отстройки от брэгговского резонанса Γ коэффициент поперечного спадания одной из гармоник будет стремиться к нулю ($|g_+r_0| << 1$ или $|g_-r_0| << 1$). Для определенности рассмотрим случай $\Gamma > 0$, тогда

$$\left|g_{-}^{B}r_{0}\right| << 1, \left|g_{+}^{B}r_{0}\right|.$$
(2.71)

Условие (2.71) реализуется в окрестности точки *В* на <u>Рис. 2.6</u>, <u>Рис. 2.9</u>. Пользуясь асимптотическими представлениями для функций Бесселя [90], получим декремент спадания гармоники *H*₊

$$g_{+}^{B} \approx \alpha^{2} \frac{r_{0}}{2}.$$
 (2.72)

Поперечная структура магнитного поля гармоники H_{-} определяется прямой линией, что соответствует первому члену разложения модифицированной функции Бесселя первого порядка вблизи нуля ($g_{-}^{B}r_{0} \rightarrow 0$). Продольная компонента электрического поля этой гармоники E_{z}^{-} не зависит от радиуса, т.к. фактически представляет собой первый член разложения модифицированной функции Бесселя нулевого порядка вблизи нуля (зеленые линии на <u>Рис. 2.10</u>).



<u>Рис. 2.10</u> Поперечные структуры полей парциальных волновых пучков для режимов, отмеченных точками *A*, *B* и *C* на <u>Рис. 2.6</u> и <u>Рис. 2.9</u>. Красные линии соответствуют точке *A*, лежащей в окрестности брэгговского резонанса, когда обе парциальные волны прижаты к поверхности; синие линии соответствуют точке *C*, когда волна *H*_ представляет собой объемную волну, а волна

 H_+ – замедленную пространственную гармонику; зеленые линии соответствуют точке *B*, т.е. предельному случаю пересечения дисперсионной кривой нормальной волны прямой $k = \bar{h} - h$. Штриховой линией обозначена структура моды регулярного цилиндрического волновода.

В области $\Gamma > \Gamma_B$, поперечное волновое число волны H_- станет чисто действительным, в то время как поперечное волновое число гармоники H_+ при условии $\Gamma > 0$ всегда будет оставаться чисто мнимым. Поле будет представляться в виде суперпозиции объемной моды $H_$ и ее замедленной пространственной гармоники H_+ , что соответствует представлению полей в традиционных моделях черенковских ЛОВ с малой сверхразмерностью пространства взаимодействия [3]. Радиальные распределения полей волн в таком случае показаны на <u>Рис. 2.10</u> синими линиями. Как уже отмечалось ранее, выполнение неравенства $\Gamma > \Gamma_B$ соответствует приближению, используемому в традиционной модели релятивистской ЛОВ, где электроны находятся в условиях синхронизма с пространственной гармоникой объемной моды, групповая скорость которой противоположна направлению движения электронов в пучке. В таких условиях также можно получить приближенное выражение для сопротивления связи (2.58) в малой окрестности брэгговского резонанса.

$$Z_{c} = r_{1}^{2} \frac{8\left(\kappa_{01}^{2} + \overline{h}^{2}/2\right)^{2}}{\overline{h}^{3}ck_{0}r_{0}^{2}} \frac{J_{0}^{2}\left(g_{+}r_{e}\right)}{J_{0}^{2}\left(g_{+}r_{0}\right)}.$$
(2.73)

<u>2.2.2</u> Формирование поверхностных мод в гофрированных цилиндрических волноводах конечной длины

В случае гофрированного цилиндрического волновода конечной длины l_z (Рис. 2.1) должно иметь место формирование собственных мод с различным числом продольных вариаций на частотах, близких к брэгговской. С математической точки зрения нахождение собственных мод сводится к анализу краевой задачи. Одним из методов решения такой задачи, позволяющих найти моду с максимальной добротностью, является моделирование процесса возбуждения резонатора внешним импульсом или начальным возмущением поля. В рамках подобного нестационарного подхода поле представляется в виде двух встречных квазиоптических волновых пучков, описывающихся системой уравнений связанных волн (2.61),(2.62). На открытых концах цилиндрического волновода ставятся граничные условия, которые соответствуют отсутствию внешних потоков электромагнитного излучения

$$H_{+}|_{z=0} = 0, \quad H_{-}|_{z=1} = 0$$
 (2.74)

В моделировании возбуждение волновода осуществляется заданием произвольного начального распределения поля $H_{\pm}|_{t=0} = H_{\pm}^{0}(r,z)$. Очевидно, что в общем случае имеет место возбуждение нескольких мод с различными продольными индексами. Однако в результате высвечивания поля с открытых концов волновода (дифракционная селекция), происходит установление пространственного распределения поля, которое не зависит от начальных условий и соответствует наиболее добротной моде системы. Таким образом определяется

структура указанной моды и сдвиг ее частоты от несущей брэгговской частоты. По декременту затухания осуществляется оценка величины добротности.

На Рис. 2.11 приведены результаты моделирования процесса формирования основной поверхностной моды на основе уравнений (2.61),(2.62) с условиями (2.74) для отрезка гофрированного волновода с длиной $l_z = 14$ см, средним радиусом $r_0 = 4.55$ см, периодом синусоидального гофра d = 1.4 см и его амплитудой $r_1 = 0.29$ см. Подобный волновод использовался в качестве замедляющей системы в эксперименте [14], в котором был реализован МВЧГ в диапазоне 10 ГГц. Начальное пространственное распределение поля имеет объемную структуру с одной вариацией поля по обеим координатам. На Рис. 2.11 приведена временная эволюция интегральных мощностей излучения на свободных границах системы (Рис. 2.11а) и мгновенной частоты излучения (Рис. 2.116). На основе представленных зависимостей можно сделать вывод о том, что при $\tau > 20$ спектр становится практически одночастотным, что соответствует выделению одной наиболее добротной моды резонатора. Амплитуда этой моды затухает экспоненциально. Пространственные распределения амплитуд парциальных волн на конечном этапе, изображенные на Рис. 2.11в,г, соответствуют структуре фундаментальной моды: они имеют колоколообразную структуру с одной продольной вариацией поля и квазиэкспоненциально спадают по радиальной координате *г*. Согласно результатам моделирования, установившаяся собственная частота равна 8.37 ГГц и совпадает с расчетной рабочей частотой МВЧГ (см. П.2.3.2). Добротность моды можно оценить по формуле

$$Q = \pi N. \tag{2.75}$$

где *N* – число колебаний за время затухания. В данном случае добротность достигает величины 500.





<u>Рис. 2.11</u> Результаты моделирования возбуждения начальным возмущением поля наиболее добротной моды резонатора, формируемого отрезком сверхразмерного гофрированного волновода. (а) Временные зависимости мощности излучения на левом и правом открытых концах системы в логарифмическом масштабе; (б) мгновенная частота излучения; (в),(г) пространственные структуры парциальных волн, составляющих фундаментальную поверхностную моду с одной продольной вариацией поля. Параметры периодической структуры:

<u>2.3</u> Моделирование генераторов поверхностной волны

<u>2.3.1</u> Самосогласованные модели релятивистских черенковских генераторов в условиях возбуждения аксиально-симметричных мод

Ha Рис. 2.12 приведены дисперсионные характеристики нормальных волн гофрированного цилиндрического волновода и характеристики электронного потока при разных ускоряющих напряжениях. Пересечения указанных кривых соответствуют различным режимам электронно-волнового взаимодействия, обладающих определенными особенностями. В случае волноводов большой сверхразмерности (при выполнении условия (2.70)) можно выделить три характерных варианта (точки А, В и С на Рис. 2.12а). Во-первых, режим возбуждения колебаний π -вида, который реализуется в окрестности вершины дисперсионной характеристики нормальной волны (точка В). Значение энергии электронов для реализации режима, соответствующего пересечению в указанной точке, находится из условия $\beta_{\scriptscriptstyle B} = 1 + 2 \hat{\Omega}$, где отстройка частоты $\hat{\Omega} < 0$ определяется из численного решения уравнения (2.63). При условии сильного замедления, когда отстройка частоты нормальной волны от брэгговского резонанса пропорциональна квадрату коэффициента связи (2.69), резонансная энергия электронов приближенно равна

$$\gamma_B = \frac{d}{\pi r_1}.\tag{2.76}$$

При увеличении ускоряющего напряжения $\gamma > \gamma_A$ (точка *A* на <u>Puc. 2.12a</u>) реализуются режимы усиления замедленной основной гармоники (ЛБВ на поверхностной волне, которая описывается системой уравнений (2.80),(2.81),(2.98) с импедансной функцией вида (2.52)). В области $\gamma < \gamma_C$ (точка *C* на <u>Puc. 2.12a</u>) реализуются режимы типа ЛОВ на поверхностной волне. В условиях малой сверхразмерности последний случай редуцируется к режиму (точка *D* на <u>Puc. 2.126</u>), который описывается традиционной моделью релятивистской ЛОВ (см. (2.99)-(2.101)), и в которой предполагается, что имеет место возбуждение быстрой объемной обратной волны при синхронном взаимодействии электронного пучка с попутной пространственной гармоникой.



<u>Рис. 2.12</u> (а) Красные сплошные линии – дисперсионные характеристики нормальных волн в сверхразмерном гофрированном волноводе (*d* = 1.4 см, *r*₀ = 4.55 см, *r*₁ = 2.9 мм), зеленые линии – характеристики электронных потоков с различными значениями энергии частиц. При *γ* > *γ*_A = 2.1

(точка A) реализуются режимы усиления замедленной основной гармоники (ЛБВ на поверхностной волне), в окрестности γ_B = 1.7 – режимы возбуждения колебаний π -вида, при γ < γ_C = 1.4 – режимы типа ЛОВ на поверхностной обратной волне; (б) дисперсионные характеристики в одномодовом гофрированном волноводе (d = 1.4 см, r₀ = 1.5 см, r₁ = 1.5 мм), γ_D = 1.4 соответствует режиму взаимодействия в традиционной ЛОВ с возбуждением объемной обратной волны.

В предположении, что высокочастотные поля являются аксиально-симметричными, их возбуждение во всех отмеченных выше режимах может быть описано системой уравнений (2.36)-(2.38), в которой при малой глубине гофрировки можно ограничиться учетом первых трех пространственных гармоник

$$2h_{0}\frac{\partial H_{0}}{\partial z} + \frac{2k_{0}}{c}\frac{\partial H_{0}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{0})}{\partial r}\right) - i\left(h_{0}^{2} - k_{0}^{2}\right)H_{0} =$$

$$= i\frac{r_{1}}{2}\delta(r - r_{0})\left(\left(\bar{h}h_{0} + \kappa_{01}^{2}\right)H_{-1} - \left(\bar{h}h_{0} - \kappa_{01}^{2}\right)H_{1}\right) - i\frac{\partial I(r)}{\partial r},$$
(2.77)

$$2h_{1}\frac{\partial H_{1}}{\partial z} + \frac{2k_{0}}{c}\frac{\partial H_{1}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{1})}{\partial r}\right) - i\left(h_{1}^{2} - k_{0}^{2}\right)H_{1} = -i\frac{r_{1}}{2}\delta(r - r_{0})\left(\overline{h}h_{0} - \kappa_{01}^{2}\right)H_{0}, \quad (2.78)$$

$$2h_{-1}\frac{\partial H_{-1}}{\partial z} + \frac{2k_0}{c}\frac{\partial H_{-1}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{-1})}{\partial r}\right) - i\left(h_{-1}^2 - k_0^2\right)H_{-1} = i\frac{r_1}{2}\delta(r - r_0)\left(\overline{h}h_0 + \kappa_{01}^2\right)H_0.$$
(2.79)

Дополним систему (2.77)-(2.79) уравнениями движения (2.37),(2.38), в которых в качестве синхронной пространственной гармоники выступает *H*₀:

$$\frac{d\gamma}{dz} = \operatorname{Re}\left(i\frac{e}{m_{e}c^{2}k_{0}}\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{0})}{\partial r}e^{i\theta} + I(r)e^{i\theta}\right),$$
(2.80)

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{k_0}{2\gamma^2} + k_0 - h_0. \tag{2.81}$$

Система уравнений (2.77)-(2.81) допускает дальнейшие упрощения в различных режимах взаимодействия.

<u>Генератор поверхностной волны, работающий в окрестности брэгговского резонанса (режим</u> возбуждения колебаний п-вида)

Как отмечалось ранее в <u>П.2.2.1</u>, в окрестности брэгговского резонанса (точка *B* на <u>Рис. 2.12</u>) пространственные гармоники H_0 и H_{-1} симметризуются, в то время как H_1 исключается из системы (2.77)-(2.79). Взяв $h_0 = h_{-1} = \overline{h}/2$, $k_0 = \sqrt{\kappa_{01}^2 + \overline{h}^2/4}$, проведя нормализацию параметров и переменных и используя обозначения индексов «+» вместо «0» и «-» вместо «-1», можно привести систему уравнений (2.77)-(2.81) к виду

$$\frac{\partial \hat{H}_{+}}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{H}_{+}}{\partial \tau} + i \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \left(\rho \hat{H}_{+} \right)}{\partial \rho} \right) + \hat{\sigma} \delta \left(\rho - \rho_{0} \right) \hat{H}_{+} + i \Omega_{0} \hat{H}_{+} =$$

$$= i \overline{\alpha} \delta \left(\rho - \rho_{0} \right) \hat{H}_{-} - i G \frac{\partial}{\partial \rho} \left(f \left(\rho \right) J \right),$$

$$(2.82)$$

$$-\frac{\partial \hat{H}_{-}}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{H}_{-}}{\partial \tau} + i \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \left(\rho \hat{H}_{-} \right)}{\partial \rho} \right) + \hat{\sigma} \delta \left(\rho - \rho_{0} \right) \hat{H}_{+} + i \Omega_{0} \hat{H}_{-} = i \overline{\alpha} \delta \left(\rho - \rho_{0} \right) \hat{H}_{+}, \qquad (2.83)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dZ} = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\rho\hat{H}_{+}\right)}{\partial\rho}e^{i\theta} - iGJe^{i\theta}\right),\tag{2.84}$$

$$\frac{d\theta}{dZ} = \mathbf{\mathcal{E}}^{-2} + \Delta. \tag{2.85}$$

Здесь использованы следующие нормированные обозначения

$$\mathcal{E} = \frac{\gamma}{\gamma_{0}}, \quad Z = \frac{k_{0}}{2\gamma_{0}^{2}} z, \quad \tau = \frac{\bar{h}c}{4\gamma_{0}^{2}} t, \quad \rho = \sqrt{\frac{k_{0}\bar{h}}{2\gamma_{0}^{2}}} r, \quad G = 8\pi\gamma_{0} \frac{eI_{0}}{mc^{3}} \frac{1}{k_{0}^{2}N_{e}},$$

$$\Omega_{0} = \frac{2\gamma_{0}^{2}}{k_{0}\bar{h}} \kappa_{01}^{2}, \quad \bar{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{k_{0}\bar{h}}} \gamma_{0}\alpha, \quad \hat{H}_{0,-1} = i \frac{e\sqrt{2k_{0}\bar{h}}}{m\omega_{0}^{2}} H_{0,-1}, \quad \Delta = \frac{2\gamma_{0}^{2}}{k_{0}} \left(k_{0} - \bar{h}/2\right).$$

$$(2.86)$$

Кроме того, по аналогии с <u>П.1.2.1</u>, учтены омические потери $\hat{\sigma} = \gamma_0 k_0 d_{c\kappa} (1+i)/2$, где $d_{c\kappa} -$ глубина скин-слоя.

Система уравнений (2.82)-(2.85), дополненная граничными условиями для поля (2.74) и электронного пучка

$$\theta|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad \xi|_{Z=0} = 1, \tag{2.87}$$

описывает нелинейную динамику аксиально-симметричной модели генераторов поверхностной волны, работающих в режиме возбуждения колебаний π -вида, в приближении нефиксированных продольной и радиальной структур высокочастотного поля. Ранее в работах [39-44] была получена аналогичная система укороченных уравнений для анализа генераторов поверхностной волны планарной геометрии, в которую уравнения (2.82)-(2.85) переходят в пределе $r_0 \rightarrow \infty$.

Из системы (2.82)-(2.85) следует закон сохранения энергии, который в стационарном режиме генерации может быть записан в форме

$$\hat{P}_{+}(L) + \hat{P}_{-}(0) + \hat{P}_{OM} = 4G\eta.$$
(2.88)

Здесь

$$\eta = \frac{1}{2\pi\rho_0^2} \int_{0}^{2\pi\rho_0} \rho f(\rho, t) \xi \Big|_{0}^{L} d\rho d\theta_0$$
(2.89)

– электронный КПД, $\hat{P}_{\pm} = \int_{0}^{\rho_{0}} \rho |\hat{H}_{\pm}|^{2} d\rho$ – нормированная мощность, переносимая волной. В физических переменных мощность излучения выражается соотношением

$$P = \frac{1}{8}\gamma_0^2 \frac{k_0}{\bar{h}} \frac{m^2 c^5}{e^2} \hat{P}.$$
 (2.90)

Уравнения ЛОВ с нефиксированной поперечной структурой поля

Как отмечалось в <u>П.2.2.1</u>, при выполнении условия $|h_{-1}^2 - k_0^2| << |h_0^2 - k_0^2|$ волна H_0 приобретает смысл синхронной пучку замедленной пространственной гармоники. Это соответствует переходу в область импедансного приближения, когда нефиксированную поперечную структуру сохраняет лишь H_{-1} , с которой связан поток энергии. Энергия, переносимая гармоникой H_0 , становится пренебрежимо малой. В левой части уравнения (2.77) можно пренебречь производными первого порядка, приведя его к виду

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_0)}{\partial r} \right) - \left(h_0^2 - k_0^2 \right) H_0 = \alpha \delta \left(r - r_0 \right) H_{-1} - \frac{\partial I(r)}{\partial r}, \qquad (2.91)$$

Согласно (2.91) поперечный декремент спадания поля пространственной гармоники H_0 определяется величиной, зависящей от опорных частоты и продольного волнового числа $\overline{g}_0^2 = h_0^2 - k_0^2$, коэффициент связи равен $\alpha = r_1(\kappa_{01}^2 + \overline{h}h_0)/2$. В случае трубчатого бесконечно тонкого электронного пучка с радиусом r_e решение (2.91) может быть представлено в виде

$$H_{0}(r) = \begin{cases} C_{1}I_{1}(\overline{g}_{0}r) + C_{2}K_{1}(\overline{g}_{0}r), r \in (r_{e}, r_{0}), \\ C_{3}I_{1}(\overline{g}_{0}r), r \in (0, r_{e}), \end{cases}$$
(2.92)

где C_i – постоянные коэффициенты. Очевидные граничные условия на пучке и гофрированной поверхности получаются интегрированием уравнения (2.91). В результате находим радиальное распределение поля синхронной гармоники H_0 , которое, аналогично соотношению (1.29), учитывает влияние высокочастотного пространственного заряда

$$H_{0}(r) = \frac{\alpha H_{-1}(r_{0})I_{1}(\overline{g}_{0}r)}{\overline{g}_{0}I_{0}(\overline{g}_{0}r_{0})} + \overline{g}_{0}r_{e}I\frac{I_{0}(\overline{g}_{0}r_{e})}{I_{0}(\overline{g}_{0}r_{0})}(I_{1}(\overline{g}_{0}r)K_{0}(\overline{g}_{0}r_{0}) + I_{0}(\overline{g}_{0}r_{0})K_{1}(\overline{g}_{0}r)).$$
(2.93)

Подставляя (2.93) в (2.79), получим систему уравнений ЛОВ с нефиксированной поперечной структурой поля

$$2h_{-1}\frac{\partial H_{-1}}{\partial z} + \frac{2k_0}{c}\frac{\partial H_{-1}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{-1})}{\partial r}\right) - i\left(h_{-1}^2 - k_0^2\right)H_{-1} = i\frac{\alpha^2}{\overline{g}_0}\delta(r - r_0)\frac{I_1(\overline{g}_0r_0)}{I_0(\overline{g}_0r_0)}H_{-1} - i\alpha\delta(r - r_0)\frac{4\pi I_0}{c}\frac{1}{N_e}J\frac{r_e}{r_0}\frac{I_0(\overline{g}_0r_e)}{I_0(\overline{g}_0r_0)},$$
(2.94)
$$\frac{d\gamma}{dz} = \operatorname{Re}\frac{e}{m_e c^2 k} \left(i\alpha \frac{I_0(\overline{g}_0 r_e)}{I_0(\overline{g}_0 r_0)} H_{-1}(r_0) e^{i\theta} - i \frac{2I_0 \overline{g}_0^2}{c} TJ e^{i\theta} \right),$$
(2.95)

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{k_0}{2\gamma^2} + k_0 - h_0, \qquad (2.96)$$

где

$$T = \frac{I_0\left(\overline{g}_0 r_e\right)}{I_0\left(\overline{g}_0 r_e\right)} \Big(I_0\left(\overline{g}_0 r_e\right) K_0\left(\overline{g}_0 r_0\right) - I_0\left(\overline{g}_0 r_0\right) K_0\left(\overline{g}_0 r_e\right) \Big).$$
(2.97)

коэффициент редукции пространственного заряда, обусловленный наличием стенок волновода. <u>Переход к модели одномодовой ЛОВ с фиксированной поперечной структурой поля</u>

Приведем систему (2.94)-(2.96) к традиционному виду уравнений ЛОВ в приближении фиксированной поперечной структуры поля. Представляем поле волны H_{-1} в виде объемной моды регулярного волновода $H_{-1}(z,r) = A(z)J_1(\kappa_{-1}r)$, где поперечное волновое число $\kappa_{-1}^2 = k_0^2 - h_{-1}^2$. Умножая уравнение (2.94) на $rJ_1(\kappa_{-1}r)$ и интегрируя по радиальной координате с учетом соотношений $N = \int_0^{r_0} rJ_1^2(\kappa_{-1}r)dr = r_0^2J_1^2(\kappa_{-1}r_0)/2$ и $N_e = 2\pi \int_0^{r_0} rf(r)dr = 2\pi r_e$, приведем указанную систему к известным уравнениям релятивистской ЛОВ [3,31]:

$$\frac{da}{dZ} + i\chi a = -\hat{I} \int_{0}^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \qquad (2.98)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dZ} = \operatorname{Re}\left(ae^{-i\theta} - iqe^{-i\theta}\int_{0}^{2\pi}e^{i\theta}d\theta_{0}\right), \qquad (2.99)$$

$$\frac{d\theta}{dZ} = \frac{1}{\varepsilon^2} + \Delta, \qquad (2.100)$$

где использована следующая нормировка амплитуды:

$$a = i \frac{2\gamma_0 e}{m_e \omega_0^2} \alpha \frac{I_0\left(\overline{g}_0 r_e\right)}{I_0\left(\overline{g}_0 r_0\right)} J_1\left(\kappa_{-1} r_0\right) A.$$
(2.101)

Параметры тока и высокочастотного пространственного заряда определяются соотношениями

$$\hat{I} = \frac{2\gamma_0^3 e}{\left(\gamma_0^2 - 1\right)\pi m_e c^2} I_0 Z_c , \qquad (2.102)$$

$$q = \frac{4\gamma_0}{\pi \left(\gamma_0^2 - 1\right)} \frac{eI_0}{m_e c^3} T , \qquad (2.103)$$

сопротивление связи рассчитывается по формуле (2.58).

Замедление основной гармоники гофрированной поверхностью характеризуется импедансной функцией

$$\chi = \frac{\gamma_0^2 \alpha^2}{k_0 |h_{-1}|} \frac{1}{\bar{g}_0 r_0} \frac{I_1(\bar{g}_0 r_0)}{I_0(\bar{g}_0 r_0)}.$$
(2.104)

При малой глубине гофра этим замедлением, как правило, можно пренебречь.

<u>Уравнения ЛБВ с нефиксированной поперечной структурой поля (режим усиления замедленной</u> основной пространственной гармоники)

При выполнении условий (2.49) применимо импедансное приближение (<u>П.2.2.1</u>), в котором нефиксированную поперечную структуру сохраняет лишь основная пространственная гармоника H_0 . Пространственные гармоники H_1 и H_{-1} определяют степень ее замедления, которая детерминируется посредством импедансной функции (2.52). В таких условиях из системы (2.77)-(2.79) можно получить уравнение возбуждения замедленной основной гармоники

$$2h_{0}\frac{\partial H_{0}}{\partial z} + \frac{2k_{0}}{c}\frac{\partial H_{0}}{\partial t} + i\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rH_{0})}{\partial r}\right) + i\kappa_{01}^{2}H_{0} + i\chi\delta(r - r_{0})H_{0} = -i\frac{\partial I(r)}{\partial r}.$$
(2.105)

Дополненное уравнениями движения (2.80),(2.81) и соответствующими граничными условиями вида (1.32),(1.41), оно описывает нелинейную динамику усиления поверхностных волн в гофрированных цилиндрических волноводах. Однако при реализации таких режимов взаимодействия следует брать в расчет паразитное возбуждение высших мод волновода в режимах типа ЛОВ.

2.3.2 Результаты моделирования генераторов поверхностной волны

Генераторы 10 ГГц частотного диапазона

Генератор поверхностной волны в режиме возбуждения колебаний π-вида. Для демонстрации работоспособности развиваемой модели проведем сравнение результатов, получаемых на ее основе, с известными экспериментальными данными по тестированию генераторов указанного типа, называемых также многоволновыми черенковскими генераторами (МВЧГ). В качестве примера выберем эксперимент, описанный в работе [14], в котором был реализован черенковский генератор с выходной мощностью 0.5 ГВт (КПД ~15%) с рабочей частотой 8.3 ГГц. Используемые в моделировании параметры электродинамической системы и релятивистского электронного пучка приведены в <u>Таблице 2.1</u>. Следует отметить, что среди указанных параметров только два несколько отличаются от экспериментальных значений – это длина замедляющей системы и амплитуда гофрировки.

Первое различие обусловлено тем, что в эксперименте на катодном конце системы был установлен рефлектор, влияющий на продольную структуру возбуждаемых полей, в то время как в рамках развиваемой квазиоптической модели решается краевая задача с граничными условиями (2.74) на катодном и коллекторном концах гофрированной области. Соответственно, оптимальная длина пространства взаимодействия несколько отличается от экспериментального значения.

<u>Таблица 2.1</u> Параметры МВЧГ 10 ГГц диапазона				
Параметры замедляющей системы	Параметры электронного пучка			
Длина гофрированной области $l_z = 14$ см	Полный ток $I_0 = 5.8$ кА			
Период гофрировки $d = 1.4$ см	Ускоряющее напряжение $U = 570 \text{ кB} (\gamma_0 \approx 2.1)$			
Средний радиус $r_0 = 4.55 \text{ см} (r_0 / \lambda \approx 1.5)$	Средний радиус пучка $r_e = 3.7$ см			
Амплитуда гофрировки r ₁ = 2.93 мм	Толщина пучка $b_e = 3$ мм			
Выходные параметры генератора				
КПД	η=24%			
Интегральная мощность излучения	<i>P</i> =0.8 ГВт			
Рабочая частота	f=8.37 ГГц			

Второе отличие продиктовано тем, что в эксперименте использовалась гофрировка сложного профиля [14], в то время как в рамках развиваемой усредненной модели связь волн описывается в приближении синусоидального профиля гофрировки. Соответственно, в моделировании амплитуда гофрировки выбирается равной первому коэффициенту ряда Фурье реального профиля гофра. На основании приведенных на <u>Рис. 2.13a</u> дисперсионных кривых нормальных волн и электронного пучка (синхронизм в точке *I* на <u>Рис. 2.13a</u>) можно сделать вывод о том, что, аналогично предварительным расчетам эксперимента, представленным в работе [14], в моделировании реализуется режим возбуждения колебаний π -вида.

В нижней части <u>Таблицы 2.1</u> представлены основные результаты моделирования МВЧГ с помощью усредненных уравнений (2.82)-(2.85). Процесс установления стационарного режима генерации показан на <u>Рис. 2.136-г</u>, где приведены временные зависимости нормированной частоты излучения, КПД, а также мощностей на коллекторном (красная линия) и катодном (синяя линия) концах системы. Установившееся значение нормированной частоты излучения $\hat{\Omega}$ соответствует реальной величине 8.37 ГГц и совпадает с частотой холодной моды. В стационарном режиме генерации электронный КПД достигает 24%, при этом полная выходная мощность может быть оценена на уровне 0.8 ГВт. Таким образом, принимая во внимание, что в рамках усредненной модели не учитываются такие факторы, как разброс электронов по скоростям, а также проблемы транспортировки и юстировки пучка, результаты моделирования хорошо согласуются с представленными в [14] экспериментальными данными.

Пространственные распределения амплитуд парциальных волновых пучков $\hat{H}_+(Z,\rho)$ и $\hat{H}_-(Z,\rho)$ в стационарном режиме генерации (<u>Рис. 2.13д</u>) имеют одну продольную вариацию (колоколообразная структура) и квазиэкспоненциально спадают от гофрированной поверхности. Нетрудно заметить, что эти структуры близки к показанной на <u>Рис. 2.11</u> структуре холодной поверхностной моды. Из <u>Рис. 2.13г</u> следует, что выходные мощности на коллекторном и катодном концах пространства взаимодействия оказываются почти одинаковыми, что также свидетельствует о реализации режима возбуждения колебаний π -вида, когда ВЧ поле представляется в виде двух встречных волновых пучков с близкими пространственными распределениями амплитуд.



<u>Рис. 2.13</u> Результаты моделирования релятивистского генератора поверхностной волны 10 ГГц диапазона с параметрами, приведенными в <u>Таблице 2.1</u>: (а) красные линии – дисперсионные характеристики нормальных волн, зеленые линии – характеристики электронного потока, точка

I соответствует режиму возбуждения колебаний π - вида, точка II – режиму типа ЛОВ на поверхностной волне; (б),(в) временные зависимости КПД и мощностей на коллекторном (красная линия) и катодном (синяя линия) концах системы; (г) текущая частота; (д) пространственные распределения полей парциальных волновых пучков в стационарном режиме генерации. Заметим, однако, что параметры эксперимента, перечисленные в <u>Таблице 2.1</u>, не являются предельными с точки зрения достижения максимальных мощностей излучения. Ускоритель, использованный в данном эксперименте, способен обеспечить токи вплоть до 17 кА [14], что, в свою очередь, значительно меньше предельного вакуумного тока (величина которого может быть оценена 50 кА [35]). Расчеты, проведенные на основе развиваемой квазиоптической модели, показывают, что при увеличении тока пучка до 15 кА интегральная мощность генератора может быть увеличена до 3 ГВт при эффективности энергообмена более 30%. Отметим также, что сильное превышение над порогом при дальнейшем увеличении тока приводит к реализации автомодуляционных и хаотических режимов генерации.

Генератор поверхностной волны в режиме ЛОВ. Самосогласованная система уравнений (2.82)-(2.85) позволяет описать и другие, отличные от возбуждения колебаний πвида, режимы генерации. Как отмечалось ранее, уменьшение ускоряющего напряжения приводит к смещению точки синхронизма в область режимов электронно-волнового взаимодействия, обладающих характерными чертами ЛОВ.

На <u>Рис. 2.14</u> представлены результаты моделирования генератора поверхностной волны в режиме ЛОВ с ускоряющим напряжением 200 кВ ($\gamma_0 \approx 1.4$) и оптимальной длиной пространства взаимодействия $l_z = 12d = 16.8$ см. Прочие параметры электродинамической системы и электронного потока совпадают с приведенными выше в <u>Таблице 2.1</u>. На <u>Рис. 2.14а, б, в</u> изображены временные зависимости нормированного КПД и мощностей на коллекторном (красная линия) и катодном (синяя линия) концах системы, а также показан процесс установления частоты, которая в физических переменных составляет 8.12 ГГц. Эффективность энергообмена достигает 21%, что соответствует интегральной мощности излучения 250 МВт. При этом выходная мощность на катодной границе системы в 4 раза превосходит мощность излучения на коллекторной границе. Указанное обстоятельство хорошо согласуется с тем, что выбранному ускоряющему напряжению соответствует пересечение дисперсионных характеристик в точке *II* на <u>Рис. 2.13а</u>, смещенной в область, в которой электронный пучок преимущественно возбуждает встречную волну. При этом мощность, переносимая попутной синхронной гармоникой, падает. Пространственные распределения амплитуд волновых пучков в стационарном режиме генерации имеют одну продольную вариацию, смещенную в сторону катодного конца системы, а также квазиэкспоненциально спадают от гофрированной поверхности (<u>Рис. 2.14г</u>).

На основании приведенного моделирования можно сделать вывод о том, что исследованный режим можно назвать режимом генератора поверхностной волны типа ЛОВ, поскольку пространственное распределение поля по продольной координате имеет характерный для ЛОВ вид, а излучаемая на катодном конце мощность значительно превосходит выходную мощность на коллекторной границе области взаимодействия.



<u>Рис. 2.14</u> Результаты моделирования 10 ГГц генератора поверхностной волны в режиме ЛОВ: (a),(б) временные зависимости КПД и мощностей на коллекторном (красная линия) и катодном (синяя линия) концах пространства взаимодействия; (в) текущая частота; (г) пространственные распределения амплитуд парциальных волновых пучков в стационарном режиме генерации.

возбуждения обратных Режим объемных волн R волноводе малой сверхразмерности. Как показано в П.2.3.1, при уменьшении диаметра волновода самосогласованная система уравнений (2.77)-(2.81) редуцируется к традиционным уравнениям релятивистской ЛОВ в приближении фиксированной поперечной (радиальной) структуры поля. В этих условиях возбуждаемое электронным потоком поле можно представить в виде суммы обратной объемной волны и медленной попутной пучку пространственной гармоники. В настоящем разделе данное утверждение иллюстрируется непосредственным численным моделированием исходной системы уравнений (2.82)-(2.85). Проведем моделирование 3-х сантиметровой релятивистской ЛОВ с характерными для экспериментов [17] параметрами (см Таблицу 2.2).

<u>Таблица 2.2</u> Параметры ЛОВ 10 ГГц диапазона				
Параметры замедляющей системы	Параметры электронного пучка			
Длина гофрированной области $l_z = 34$ см	Полный ток $I_0 = 10$ кА			
Период гофрировки $d=2$ см	Ускоряющее напряжение $U = 1.3 \text{ MB} (\gamma_0 \approx 3.5)$			
Средний радиус $r_0 = 2.83 \text{ см} (r_0 / \lambda \approx 1)$	Средний радиус пучка $r_e = 2.3$ см			
Амплитуда гофрировки r ₁ = 1.75 мм	Толщина пучка $b_e = 5$ мм			
Выходные параметры генератора				
КПД	$\eta = 18\%$			
Интегральная мощность излучения	<i>P</i> =2.3 ГВт			
Рабочая частота	f=7.42 ГГц			

Результаты моделирования процесса генерации в релятивистской ЛОВ с одномодовым волноводом приведены на <u>Рис. 2.15</u>, а также в <u>Таблице 2.2</u>. Временные зависимости КПД, выходных мощностей на коллекторном (красная линия) и катодном (синяя линия) концах системы и частоты излучения (<u>Рис. 2.156-г</u>) свидетельствуют об установлении стационарного одночастотного режима генерации. Рабочая частота 7.4 ГГц смещена вниз от точки синхронизма (~7.7 ГГц), что типично для ЛОВ. Электронный КПД в стационарном режиме достигает 18% при полной выходной мощности излучения 2.3 ГВт. При этом мощность, излучаемая с катодного конца системы (2 ГВт), существенно превышает мощность, излучаемую с коллекторного конца (300 МВт), что также характерно для ЛОВ. В традиционной модели



<u>Рис. 2.15</u> Результаты моделирования ЛОВ 10 ГГц диапазона с одномодовым волноводом (параметры, близки к эксперименту [17]): (а) красные линии – дисперсионные характеристики нормальных волн, зеленая линия – характеристика электронного потока с точкой синхронизма

III, соответствующей режиму ЛОВ; (б),(в),(г) временные зависимости КПД, мощностей на выходном (красная линия) и входном (синяя линия) концах системы и нормированной частоты излучения; (д) пространственные распределения амплитуд парциальных волновых пучков в стационарном режиме генерации. ЛОВ [3,31] предполагается, что вся излучаемая мощность переносится со встречной волной в сторону катода. Мощностью, переносимой волной в сторону коллектора, пренебрегается.

Важно обратить внимание на <u>Рис. 2.15д</u>, на котором приведены пространственные распределения амплитуд парциальных волн в стационарном режиме генерации. В соответствии с предположениями, сделанными ранее в <u>Разделах 2.1-2.2</u>, обратная волна представляет собой объемную TM₀₁ моду волновода, в то время как синхронная электронам попутная волна близка по структуре к замедленной пространственной гармонике, которая быстро спадает при удалении от границы замедляющей системы. Таким образом, численное моделирование полной системы уравнений (2.82)-(2.85) в случае малоразмерного волновода демонстрирует возможность перехода к традиционной модели ЛОВ с фиксированной поперечной структурой поля.

Генераторы 30 ГГц частотного диапазона

ЛОВ с одномодовым волноводом. Проведем моделирование мощной релятивистской ЛОВ с длиной волны 1 см. Параметры генератора, близкие к использованным в экспериментах, проводимых на ускорителе «СИНУС-6» [17], приведены в <u>Таблице 2.3</u>. Процесс установления стационарного режима генерации показан на <u>Рис. 2.16</u>. Пространственные распределения амплитуд парциальных волновых пучков (<u>Рис. 2.16д</u>), аналогичные <u>Рис. 2.15д</u>, свидетельствуют о возбуждении высокочастотного поля, по поперечной структуре близкого к моде TM₀₁

<u>Таблица 2.3</u> Параметры ЛОВ 30 ГГц диапазона				
Параметры замедляющей системы	Параметры электронного пучка			
Длина гофрированной области $l_z = 3.78$ см	Полный ток $I_0 = 4$ кА			
Период гофрировки $d = 4.2$ мм	Ускоряющее напряжение $U = 650 \text{ кB} (\gamma_0 \approx 2.3)$			
Средний радиус $r_0 = 4.8 \text{ мм} (r_0 / \lambda \approx 0.5)$	Средний радиус пучка $r_e = 4$ мм			
Амплитуда гофрировки $r_1 = 0.55$ мм	Толщина пучка $b_e = 1$ мм			
Выходные параметры генератора				
КПД	η=23 %			
Интегральная мощность излучения	<i>P</i> =0.6 ГВт			
Рабочая частота	<i>f</i> = 33.8 ГГц			

гофрированного волновода. Частота генерации, равная 33.8 ГГц, смещена вниз от частоты точного синхронизма (Рис. 2.16а).



<u>Рис. 2.16</u> Результаты моделирования ЛОВ 30 ГГц диапазона с параметрами, близкими к эксперименту [17]: (а) красная линия – дисперсионная характеристика моды ТМ₀₁, зеленая линия – характеристика электронного пучка; (б),(в),(г) временные зависимости КПД, мощностей на выходном (красная линия) и входном (синяя линия) концах системы и нормированной частоты излучения; (д) пространственные распределения амплитуд парциальных волновых пучков в стационарном режиме генерации.

При оптимальной длине пространства взаимодействия, равной 9 периодам гофрировки, КПД в стационарном режиме генерации достигает 23% при полной выходной мощности излучения 0.6 ГВт (0.5 ГВт с катодного конца системы и 0.1 ГВт с коллекторного).

Режим возбуждения колебаний π -вида. Для существенного увеличения выходной мощности генератора при сохранении плотности тока пучка (1.6 кА/см) и энергии электронов (650 кэВ) предлагается использовать режимы возбуждения поверхностных волн. В качестве замедляющей электродинамической системы выберем цилиндрический гофрированный волновод с увеличенным средним радиусом ($r_0/\lambda \approx 1$) при сохранении периода гофрировки 4.2 мм. В условиях, когда средний радиус пучка равен 9 мм, а его толщина – 1 мм (электронный поток движется на расстоянии 0.5 мм от гофрированной поверхности), полный ток пучка достигнет величины 9 кА (см. <u>Таблицу 2.4</u>). Оптимальные величины амплитуды гофрировки и длины гофрированного участка определяются непосредственно из анализа дисперсии нормальных волн (см. <u>Рис. 2.17а</u>) и результатов моделирования.

<u>Таблица 2.4</u> Параметры МВЧГ 30 ГГц диапазона				
Параметры замедляющей системы	Параметры электронного пучка			
Длина гофрированной области $l_z = 2.52$ см	Полный ток $I_0 = 9$ кА			
Период гофрировки $d = 4.2$ мм	Ускоряющее напряжение $U = 650 \text{ кB} (\gamma_0 \approx 2.3)$			
Средний радиус $r_0 = 1 \operatorname{cm}(r_0 / \lambda \approx 1)$	Средний радиус пучка $r_e = 9$ мм			
Амплитуда гофрировки $r_1 = 1$ мм	Толщина пучка $b_e = 1$ мм			
Выходные параметры генератора				
КПД	$\eta = 32$ %			
Интегральная мощность излучения	<i>Р</i> ≈1.9 ГВт			
Рабочая частота	f = 25.7ГГц			

На <u>Рис. 2.17</u> представлены результаты моделирования генератора с указанными выше параметрами при оптимальных значениях амплитуды гофрировки (1 мм) и длины гофрированного волновода (2.73 см, 6.5 периодов гофра). Очевидно, переход к режиму возбуждения поверхностных волн позволяет существенно (более чем в 3 раза) увеличить выходную мощность генератора до 1.9 ГВт.



<u>Рис. 2.17</u> Результаты моделирования МВЧГ 30 ГГц диапазона: (а) красные линии – дисперсионные характеристики нормальных волн, зеленая линия – характеристика электронного потока; (б),(в),(г) временные зависимости КПД, мощностей на выходном (красная линия) и входном (синяя линия) концах системы и нормированной частоты излучения; (д) пространственные распределения амплитуд парциальных волновых пучков в стационарном режиме генерации.

Генераторы поверхностной волны 300 ГГц частотного диапазона

Как уже отмечалось ранее в <u>Главе 1</u>, в коротковолновых диапазонах эффективным методом снижения омических потерь и обеспечения транспортировки сильноточных РЭП является использование сверхразмерных электродинамических систем. Приведем результаты моделирования генераторов поверхностной волны миллиметрового диапазона (см. <u>Таблицу 2.5</u> и <u>Рис. 2.18-2.20</u>).

<u>Таблица 2.5</u> Параметры МВЧГ 300 ГГц диапазона				
Параметры замедляющей системы		Параметры электронного пучка		
Длина гофрированной области	$l_z = 1.75$ cm	Полный ток	$I_0 = 380 \text{ A}$	
Период гофрировки	d = 0.5 MM	Ускоряющее напряжение	U = 0.3 - 1.3 MB	
Средний радиус $r_0 = 1$.	5 mm ($r_0 / \lambda \approx 1.5$)	Средний радиус пучка	$r_e = 1.2$ мм	
Амплитуда гофрировки	$r_1 = 0.075$ mm	Толщина пучка	$b_e = 0.3$ мм	
Выходные параметры генератора				
КПД η=5-30 %				
Интегральная мощность излучения		<i>P</i> =10-140 МВт		
Рабочая частота		<i>f</i> = 264 – 273 ГГц		

На <u>Рис. 2.18</u> приведены зависимости основных характеристик генератора от ускоряющего напряжения при сохранении прочих параметров системы. Прежде всего, заметим, что максимум временного инкремента (<u>Рис 2.18a</u>) достигается при значениях напряжения, в которых точка синхронизма близка к вершине дисперсионной кривой, т.е. когда энергия электронов определяется соотношением $\gamma_C < \gamma < \gamma_B$. Этот случай соответствует минимуму стартового тока, что, очевидно, принципиально важно при работе в коротковолновых диапазонах.

На <u>Рис. 2.186</u> красной сплошной линией изображена зависимость частоты генерации от энергии электронов. Для сравнения здесь же штриховой линией показана частота синхронизма, рассчитываемая по точке пересечения характеристик электронного пучка с дисперсионной кривой нормальной волны, а серой сплошной линией обозначена частота собственной поверхностной моды в отсутствие электронного пучка.



<u>Рис. 2.18</u> Зависимость характеристик генератора поверхностной волны 300 ГГц диапазона от энергии электронов в пучке: (а) нормированный временной инкремент; (б) частота генерации (сплошная красная линия), штриховая линия – частота синхронизма, рассчитываемая по точке пересечения характеристик электронного пучка с дисперсионной кривой волны, черная линия соответствует частоте холодной моды; (в) КПД (штриховая линия) и мощности на коллекторном (красная линия) и катодном (синяя линия) концах системы.

На <u>Рис. 2.18в</u> приведены зависимости КПД и мощности излучения от энергии электронов. Соотношение между потоками энергии, излучаемыми на катодной и коллекторной границах замедляющей системы, меняется по мере изменения ускоряющего напряжения. При относительно низких энергиях излучение преимущественно направлено в сторону катода (режим ЛОВ на поверхностной волне), в то время как увеличение энергии частиц приводит к росту потока энергии в сторону коллектора, который становится равен потоку в противоположном направлении. Указанное выравнивание потоков в режиме колебаний π -вида сопровождается увеличением электронного КПД, который достигает максимального значения в точке срыва режима генерации при энергии электронов $\gamma \approx 3.6$. Следует отметить, что локальные максимумы КПД и мощности на <u>Рис. 2.18в</u> обусловлены переходом к возбуждению поверхностных мод с несколькими продольными вариациями поля. На <u>Рис. 2.19</u> приведены пространственные структуры парциальных волн, соответствующие областям 1-3 на <u>Рис. 2.18в</u>.



<u>Рис. 2.19</u> Пространственные распределения модулей амплитуд парциальных волновых пучков в различных режимах возбуждения поверхностных волн: колоколообразная структура с одной продольной вариацией (а) соответствует области «1» на <u>Рис. 2.18</u>; распределение с двумя вариациями (б) – области «2»; с тремя (в) – «3».

Фактически из указанных рисунков видно, что при малых энергиях $\gamma \sim 2$ реализуется режим ЛОВ на поверхностной волне, в то время как при энергии $\gamma \sim 3$ реализуется режим генерации колебаний π -вида, в котором пространственные структуры полей H_+ и H_- практически совпадают и близки к структуре холодной моды.



<u>Рис. 2.20</u> Результаты моделирования оптимального режима МВЧГ 300 ГГц диапазона с параметрами, представленными в <u>Таблице 2.5</u>: временные зависимости КПД (а), мощностей (б) на выходном (красная линия) и входном (синяя линия) концах системы, частоты излучения (в).

На Рис. 2.20 приведены результаты моделирования оптимального с точки зрения эффективности электронно-волнового взаимодействия режима возбуждения колебаний π-вида, соответствующего величине ускоряющего напряжения, равной 1.2 MB (γ≈3.3). КПД в этом случае достигает 30% при суммарной выходной мощности 140 МВт. Согласно Рис. 2.18в и Рис. 2.20б потоки энергии на коллекторном и катодном концах практически одинаковы. Пространственные распределения амплитуд парциальных волновых пучков в стационарном режиме генерации практически идентичны (Рис. 2.19а) и близки к структуре холодной моды. Доля омических потерь, при условии, что стенки волновода сделаны из меди, согласно расчетам, не превышает 15%. Максимальная величина напряженности электрического поля вблизи поверхности волновода в оптимальном режиме может достигать значений 5 МВ/см, что существенно превосходит напряженности полей во всех рассмотренных ранее вариантах (достигающие нескольких сотен кВ/см). Это обстоятельство обусловливает либо

необходимость укорочения длительности импульсов до нескольких наносекунд, либо снижения уровня выходной мощности за счет уменьшения тока инжекции.

<u>ГЛАВА 3</u>

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЧЕРЕНКОВСКОГО СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ ПРОТЯЖЕННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СГУСТКОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В СВЕРХРАЗМЕРНЫХ ГОФРИРОВАННЫХ ВОЛНОВОДАХ

Одним из перспективных методов генерации ультракоротких электромагнитных импульсов является излучение пространственно-локализованных электронных ансамблей (сгустков) с размерами, с одной стороны, существенно превышающими длину излучаемой волны, а с другой стороны, ограниченными так называемой длиной корреляции. При этом интенсивное когерентное излучение со всего объема протяженного электронного сгустка может возникать только в результате развития группировки частиц. Другим необходимым условием является взаимное влияние различных частей сгустка за счет проскальзывания волны относительно электронов, которое реализуется либо за счет разницы групповой скорости волны и поступательной скорости частиц, либо вследствие дисперсионного расплывания волнового пакета. Таким образом, формируется длина корреляции, ограничивающая протяженность электронного сгустка, при которой возможно излучение моноимпульса со всего объема сгустка. Как было показано в [76], излучение в таких условиях можно рассматривать как классический аналог известного в квантовой электронике эффекта сверхизлучения Дике [103].

Сверхизлучение классических электронных ансамблей может быть связано с различными механизмами индуцированного излучения. К настоящему времени теоретически и экспериментально исследовано циклотронное [104,105], ондуляторное [106], черенковское [79-81,1a,2a,9a,10a] (при взаимодействии как с попутной, так и со встречной волной) сверхизлучение электронных сгустков, а также СИ, реализующееся в процессе вынужденного рассеяния волны накачки [107,108]. При этом импульсы СИ с наибольшей пиковой мощностью были получены на основе черенковского механизма сверхизлучения, реализующегося при взаимодействии электронных сгустков с пространственной гармоникой обратной волны в периодически-гофрированных волноводах. Килоамперные электронные сгустки с наносекундной длительностью и энергией частиц 300-400 кэВ в этих экспериментах

формировались на основе сильноточных ускорителей типа РАДАН [79-81] и СИНУС [79-81] с взрывоэмиссионными катодами. На данный момент с использованием указанного механизма в сантиметровом и миллиметровом диапазонах реализован новый тип импульсных генераторов с уникальными параметрами – субнаносекундной длительностью генерируемых импульсов при уровне мощности до нескольких гигаватт [81]. Естественным направлением развития указанных исследований является продвижение этих источников в коротковолновую часть миллиметрового и субмиллиметровый диапазоны, что стимулируется также прогрессом в технологии изготовления пространственно-периодических микроструктур.

Следует отметить, что в предшествующих экспериментальных исследованиях черенковского СИ использовались квазиодномодовые гофрированные волноводы с диаметром $D = 2r_0$, близким к длине волны (т.е. фактором сверхразмерности $D/\lambda \leq 1$). При этом переход от одного частотного диапазона к другому, фактически, осуществлялся за счет масштабирования параметров замедляющей системы, включая радиус волновода, период и амплитуду гофра. На основе такого подхода были проведены достаточно успешные эксперименты по наблюдению эффекта черенковского СИ в 4-х и 2-х миллиметровом диапазонах, в которых были получены импульсы субнаносекундной длительности с мощностью в 5-10 MBT [79]. Тем не менее, вследствие предельно малых размеров волноводных систем и ужесточающихся требований к юстировке электронных пучков, эти исследования не получили дальнейшего развития.

Очевидно, что для генерации импульсов СИ в коротковолновой части миллиметрового диапазона и, тем более, в субмиллиметровом диапазоне, как из соображений обеспечения транспортировки электронного пучка, так и для снижения омических потерь, необходимо использовать сверхразмерные $(D/\lambda \gg 1)$ или открытые замедляющие системы, для которых характерно возбуждение электронным пучком поверхностных волн. В качестве предельного случая в [2а] был проведен анализ генерации импульсов СИ терагерцового диапазона при возбуждении попутной поверхностной волны пикосекундным электронным сгустком, движущимся над плоской гофрированной структурой. При этом предполагалось, что параметры сгустка близки к величинам, которые характерны для пикосекундных электронных пучков, формируемых фотоинжекторами [109]. В то же время, для генерации импульсов СИ в

128

коротковолновой части миллиметрового и субмиллиметровом диапазонах представляет интерес использование сверхразмерных волноводных систем цилиндрической геометрии, возбуждаемых субнаносекундными сгустками, формируемыми сильноточными ускорителями типа РАДАН. В этом случае теоретический анализ черенковского СИ может быть проведен на основе квазиоптического подхода, развитого в предыдущей главе для описания режимов стационарной генерации. При этом, в отличие от анализа стационарных режимов генерации, для описания генерации импульсов СИ становится принципиальным учет проскальзывания излучения относительно электронов. Это обстоятельство, как указывалось выше, обеспечивает когерентность излучения со всего объема протяженного (в масштабе длины волны) электронного сгустка, и принималось во внимание в предшествующих моделях [79-81], в которых описание генерации импульсов СИ в малоразмерных волноводах проводилось в приближении фиксированной поперечной структуры поля.

Таким образом, в данной главе проведен теоретический анализ генерации импульсов черенковского сверхизлучения при движении электронных сгустков в периодическигофрированных волноводах цилиндрической геометрии. В первую очередь рассмотрено возбуждение поверхностных волн в существенно сверхразмерных волноводах. Вместе с тем выполнен предельный переход к моделям, описывающим эффекты СИ в малоразмерных гофрированных волноводах, в которых имеет место возбуждение объемных мод, а электронный пучок находится в синхронизме с замедленной пространственной гармоникой. В последнем случае, в отличие от моделей, использованных ранее для описания черенковского СИ в [79], развиваемый подход позволяет учесть влияние дисперсии на формирование ультракоротких импульсов сверхизлучения. Для режима возбуждения поверхностных волн проведены оценки параметров импульсов СИ диапазона 140 ГГц, генерируемых с использованием электронных сгустков, формируемых ускорителем «РАДАН-303». Результаты теоретического анализа подтверждены прямым численным 3D моделированием с использованием PIC кода CST Studio Suite [88]. На этой основе разработан экспериментальный макет и проведены первые эксперименты по наблюдению генерации импульсов СИ в диапазоне 140 ГГц в режиме возбуждения поверхностных волн в сверхразмерном гофрированном волноводе. В указанных экспериментах удалось существенно (на порядок) повысить пиковую мощность импульсов СИ по сравнению с полученной в предыдущих экспериментах [79] при использовании одномодовых замедляющих систем.

<u>3.1</u> Квазиоптическая теория черенковского СИ протяженного электронного сгустка, движущегося в периодически-гофрированном цилиндрическом волноводе

<u>3.1.1</u> Модель и основные уравнения

Рассмотрим задачу о сверхизлучении протяженного электронного сгустка с длиной l_e , движущегося прямолинейно со скоростью $\upsilon_0 = \beta_0 c$ вдоль направления ведущего магнитного поля $\vec{H}_0 = H_0 \vec{z}_0$ в цилиндрическом волноводе радиуса r_0 (<u>Рис. 3.1</u>), на поверхность которого на участке длины l_z нанесена периодическая синусоидальная гофрировка (2.1). Будем считать, что взаимодействие имеет место в окрестности брэгговского резонанса. Как было показано в <u>Главе 2</u> (см. также [38-44]), эта область соответствует максимуму временных инкрементов, что является предпочтительным для формирования импульсов СИ максимальной мощности.



<u>Рис. 3.1.</u> Исследуемая модель черенковского сверхизлучения протяженного электронного сгустка, прямолинейно движущегося в периодически-гофрированном цилиндрическом волноводе с произвольным параметром сверхразмерности.

Проанализируем далее случай возбуждения аксиально-симметричных ТМполяризованных волн, когда ВЧ поле имеет лишь азимутальную магнитную компоненту, которая представляется в виде:

$$H_{\varphi} = \operatorname{Re}\left(C_{+}\left(z, r, t\right)e^{i\omega t - ihz} + C_{-}\left(z, r, t\right)e^{i\omega t + ihz}\right),\tag{3.1}$$

где $h = \overline{h} / 2$ – продольное волновое число, соответствующее точному брэгговскому резонансу; $\omega = kc = \sqrt{\kappa_{01}^2 + h^2 c}$ – несущая частота. Электрическое поле, соответственно, имеет аксиальную и радиальную компоненты

$$E_{z}^{\omega} = \operatorname{Re}\left(\frac{i}{k}\left(\frac{4\pi j_{z}^{e\omega}}{c} - \frac{1}{r}\frac{\partial\left(rH_{\varphi}^{\omega}\right)}{\partial r}\right)\right), \quad E_{r}^{\omega} = \operatorname{Re}\left(\frac{i}{k}\frac{\partial H_{\varphi}^{\omega}}{\partial z}\right).$$
(3.2)

В таких условиях процесс СИ может быть описан системой уравнений, аналогичной (2.82)-(2.85), в которой необходимо принять во внимание конечность электронного сгустка:

$$\frac{\partial C_{+}}{\partial Z} + \frac{\partial C_{+}}{\partial \tau} + i \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho C_{+})}{\partial \rho} \right) + i \frac{\nu_{01}^{2}}{\rho_{0}^{2}} C_{+} = i\alpha\delta(\rho - \rho_{0})C_{-} - \chi(\tau - Z/\beta_{0})\frac{\partial}{\partial \rho} (JF(\rho)), \quad (3.3)$$

$$-\frac{\partial C_{-}}{\partial Z} + \frac{\partial C_{-}}{\partial \tau} + i \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho C_{-})}{\partial \rho} \right) + i \frac{v_{01}^2}{\rho_0^2} C_{-} = i\alpha \delta (\rho - \rho_0) C_{+}, \qquad (3.4)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = -\operatorname{Re}\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho C_+)}{\partial \rho} e^{i\theta} - JF(\rho) e^{i\theta}\right).$$
(3.5)

Здесь невозмущенный продольный профиль электронного сгустка задается функцией $\chi(\tau - Z/\beta_0)$, а функция $F(\rho)$ описывает поперечное (по радиальной компоненте) распределение плотности частиц. В отличие от (2.84),(2.85) в данном случае уравнения движения записаны в приближении малого изменения энергии частиц, что оправдано в случае генерации коротких импульсов, когда энерговклад каждой электронной фракции относительно невелик. Соответственно, при записи (3.3)-(3.5) использованы следующие безразмерные переменные и параметры:

$$Z = G \frac{\overline{h}}{2} z, \quad \rho = \sqrt{\frac{G}{2}} \overline{h}r, \quad \tau = G \frac{\overline{h}^2 c}{4k} t, \quad C_{\pm} = -i \frac{2\sqrt{2}eA_{\pm}}{mc^2 \gamma_0^3 \beta_0^3 G^{\frac{3}{2}} \overline{h}},$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2G}} \frac{r_1}{\overline{h}} \left(\kappa_{01}^2 + \overline{h}^2/2\right), \quad G = \left(16\pi \frac{1}{\gamma_0^3 \beta_0^3} \frac{eI_0}{mc^3} \frac{1}{\overline{h}^2 N_e}\right)^{1/2}.$$
(3.6)

 I_0 – ток электронного сгустка, $N_e = 2\pi \int_0^{r_0} rf(r) dr$ – его эффективная толщина. При записи граничных условий к уравнениям движения (3.5) будем считать, что генерация импульсов СИ развивается из малой начальной модуляции плотности электронов:

$$\theta\Big|_{Z=0} = \theta_0 + \xi \cos \theta_0, \ \theta_0 \in [0, 2\pi), \ \xi \ll 1, \ \left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right) \theta\Big|_{Z=0} = \Delta,$$
(3.7)

где $\Delta = 2(k\beta_0^{-1} - \bar{h}/2)/\bar{h}G$ – расстройка синхронизма. Граничные условия к уравнениям возбуждения волновых пучков (3.3),(3.4) соответствуют отсутствию потоков энергии извне (2.74): $C_+|_{Z=0} = 0$, $C_-|_{Z=L} = 0$. Мощность импульса СИ при использовании нормировок (3.6) определяется выражением

$$P_{\pm} = \frac{1}{32} \frac{m^2 c^5}{e^2} \frac{\gamma_0^2}{\mu^2} G^2 \frac{\overline{h}}{k} \int_0^{\rho_0} |C_{\pm}|^2 \rho d\rho.$$
(3.8)

Характерные режимы взаимодействия в исследуемой модели можно определить на основе анализа дисперсионных характеристик нормальных волн гофрированного волновода, описываемых уравнением (2.60), совместно с дисперсионной характеристикой электронного потока. На Рис. 2.12 указанные характеристики изображены для двух значений параметра сверхразмерности: $r_0 / \lambda \approx 0.5$ (<u>Рис. 2.126</u>) и $r_0 / \lambda \approx 1.5$ (<u>Рис. 2.12a</u>) и различных значениях ускоряющих напряжений. Как следует из Рис. 2.126, в случае относительно малой сверхразмерности $r_0 / \lambda \approx 0.5$ возможно возбуждение только пространственных гармоник объемных волн. При этом точка D на Puc. 2.126 соответствует возбуждению обратной волны, групповая скорость которой направлена навстречу электронному потоку, и электронный пучок синхронно взаимодействует с замедленной пространственной гармоникой². Такой режим использовался в предшествующих экспериментах по генерации импульсов СИ [79-81]. При больших значениях параметра сверхразмерности (Рис. 2.12а) точки пересечения дисперсионных характеристик нормальных волн и электронного потока лежат в области $k < h \cup k < \overline{h} - h$, что соответствует возбуждению поверхностных волн. При относительно низкой энергии электронов имеет место черенковский синхронизм со встречной поверхностной волной (точка С на Рис. 2.12а), в то время как при большой энергии электронного пучка возможно возбуждение попутных поверхностных волн (точка А на Рис. 2.12а). В следующих параграфах

² В случае непрерывных электронных потоков такой режим взаимодействия используется в лампах обратной волны (ЛОВ) [3,31].

на основе теоретической модели (3.3)-(3.7) проводится моделирование указанных режимов генерации импульсов черенковского СИ.

<u>3.1.2</u> Черенковское СИ в цилиндрическом гофрированном волноводе с малым параметром сверхразмерности в режиме возбуждения объемных волн

Для демонстрации универсальности квазиоптического подхода проведем на основе уравнений (3.3)-(3.7) моделирование процесса черенковского сверхизлучения 8 мм диапазона в волноводе с относительно небольшой сверхразмерностью r₀ / λ ≈ 0.5. Для определенности параметры замедляющей системы и электронного сгустка выберем близкими к условиям предшествующих экспериментов, проведенных на основе сильноточного ускорителя «РАДАН 303» [81]: радиус волновода – 3.75 мм, период гофрировки – 3.5 мм, амплитуда гофрировки – 0.375 мм, длина гофрированного участка – 6 см, энергия электронов – 300 кэВ, ток пучка – 2 кА, длительность электронного сгустка – 500 пс. Электронный сгусток имеет трубчатую геометрию со средним радиусом инжекции 3 мм и толщиной стенки 1 мм. Приведенные физические параметры соответствуют следующим безразмерным параметрам: G = 0.32, $\alpha = 0.42$ $\Delta = 0.89$, $\rho_0 = 2.7$, L = 17.4. В моделировании предполагается, что на входе в пространство взаимодействия Z = 0 частицы с точностью до малых флуктуаций равномерно распределены внутри электронного сгустка с нормированной длительностью $T_e = G\omega l_e / \upsilon_0 = 22$ $(\chi(\tau, 0) = 1, \tau \in [0, T_{a}])$. Пересечение дисперсионных характеристик нормальных волн электродинамической системы и электронного пучка в данном случае соответствует режиму возбуждения обратной объемной волны, точка точного черенковского синхронизма А расположена вблизи частоты 40 ГГц (см Рис. 3.2а).

Временные зависимости мощностей излучения на катодном и коллекторном концах пространства взаимодействия P_{\pm} представлены на <u>Рис. 3.26</u>. Как следует из рисунков, в рассматриваемой ситуации основная доля излучения высвечивается с катодного конца системы. Для выбранных параметров моделирования длительность импульса СИ по полувысоте составляет ~250 пс. Пиковая мощность импульса может быть оценена величиной ~ 490 MBT, что хорошо согласуется с полученными ранее экспериментальными результатами [81]. Спектр импульса представлен на <u>Рис. 3.2в</u>. На <u>Рис. 3.3</u> показано пространственное распределение



<u>Рис. 3.2</u> (а) Дисперсионные характеристики нормальных волн гофрированного цилиндрического волновода при малом параметре сверхразмерности r₀/λ ≈ 0.5 (черные сплошные линии); серый пунктир – световой конус; зеленая сплошная линия – характеристика электронного пучка. Точка синхронизма *D* соответствует режиму возбуждения обратной объемной волны. (б) Временной профиль импульса СИ: зависимости мощностей волновых пучков на границах системы от времени. (в) Спектр импульса. (г) Разложение волнового пучка C_{_} на выходе из системы по TM_{0n} модам регулярного волновода в момент *t* = 530 пс.

амплитуды попутной и встречной волн в момент времени $t \approx 530$ пс ($\tau = 20$). Видно, что структура обратной волны C_{-} соответствует TM₀₁ моде цилиндрического волновода с одной радиальной вариацией поля. В то же время синхронная электронам парциальная волна C_{+} имеет характерное для замедленной пространственной гармоники экспоненциально спадающее от гофрировки распределение. Таким образом, в пределе малых сверхразмерностей развиваемая теория дает результаты, практически совпадающие с полученными ранее в рамках модели с фиксированной поперечной структурой поля [81], когда поле излучения представлялось виде суммы быстрой обратной волны и замедленной синхронной гармоники.



<u>Рис. 3.3</u> Мгновенное (*t* = 530 пс) пространственное распределение амплитуд полей парциальных волн *C*₊ (а) и *C*₋ (б) в процессе генерации импульса СИ в малоразмерном гофрированном волноводе в режиме взаимодействия электронного сгустка со встречной объемной волной.

<u>3.1.3</u> Черенковское СИ в цилиндрическом гофрированном волноводе с большим параметром сверхразмерности в режиме возбуждения поверхностных волн

При генерации импульсов черенковского СИ в условиях существенной сверхразмерности замедляющей электродинамической системы электронный пучок может находиться в синхронизме и возбуждать большое число мод регулярного волновода. Тем не менее, как и в случае стационарной инжекции электронного пучка [3,11], можно найти условия, когда фазы возбуждающихся мод коррелированы и формируют поверхностную волну. При этом в зависимости от параметров электронного сгустка и замедляющей системы могут быть реализованы механизмы излучения как на встречной (точка С на Рис. 2.12а), так и на попутной (точка А на Рис. 2.12а) волнах. Первый режим представляет практический интерес, прежде всего, для относительно длинных (субнаносекундных) электронных пучков с умеренной энергией частиц до 500 кэВ, в частности, пучков, формируемых ускорителями типа РАДАН [81]. Указанное обстоятельство обусловлено тем фактом, что, как уже отмечалось, при черенковском СИ когерентность излучения со всего объема протяженного электронного сгустка обеспечивается за счет проскальзывания электромагнитного импульса относительно частиц вследствие различия поступательной скорости электронов и групповой скорости излучения. При этом (аналогично сверхизлучению протяженных образцов активных сред) одиночный импульс будет формироваться, пока длина сгустка не превышает так называемую длину корреляции [76-78], т.е. расстояние, которое волна проходит относительно частиц за время развития неустойчивости. Очевидно, что при встречном распространении вследствие более высокой скорости смещения электронов относительно излучения кооперативная длина может быть существенно больше, чем при попутном. Соответственно, при взаимодействии со встречной волной может быть достигнута большая пиковая мощность импульсов СИ, поскольку в процесс энергообмена вовлечено большее количество электронов. Следует также отметить, что при значительном превышении длины электронного сгустка над длиной корреляции вместо роста пиковой мощности происходит переход к многоимпульсному режиму генерации [79].

Использование режима возбуждения попутных поверхностных волн (точка *A* на дисперсионной диаграмме <u>Puc. 2.12a</u>) целесообразно в случае больших энергий частиц и малых длительностей электронного сгустка, что характерно для пучков, формируемых на основе фотоинжекторов. Длина корреляции при попутном взаимодействии существенно меньше, чем при встречном. Однако при энергиях частиц от одного до нескольких МэВ указанный режим представляет интерес с точки зрения генерации импульсов СИ в высокочастотных диапазонах, вплоть до терагерцового [2a]. При этом длина корреляции не превышает нескольких десятков пикосекунд.

Далее на основе квазиоптической модели (3.3)-(3.7) проведем анализ генерации импульсов СИ с возбуждением поверхностных волн в описанных выше режимах.

Режим возбуждения встречной поверхностной волны

При моделировании генерации импульсов СИ в режиме возбуждения встречной поверхностной волны считается, что электронный пучок имеет параметры, типичные для сгустков, формируемых ускорителями типа РАДАН [81]: энергия электронов 150-400 кэВ, ток 2 кА, длительность сгустка 500 пс, средний радиус инжекции пучка 3.2 мм, толщина стенки 0.2 мм. Параметры замедляющей системы (радиус волновода 3.75 мм, период и амплитуда гофрировки 0.825 мм и 0.18 мм, длина системы 2.5 см) выбираются таким образом, чтобы резонансная частота лежала в области ~ 0.12-0.14 ТГц, что соответствует условиям экспериментов [9а,10а], результаты которых представлены ниже в <u>Разделе 3.2</u>. Фактор сверхразмерности в исследуемом случае составляет $r_0 / \lambda \approx 2$.



<u>Рис. 3.4</u> Черные линии – дисперсионные характеристики гофрированного волновода ($r_0 / \lambda \approx 2$), зеленый цвет обозначает область рассмотренных в моделировании электронных характеристик.

На <u>Рис. 3.4</u> и <u>Рис. 3.5</u> представлены результаты оптимизации параметров генератора импульсов СИ (с указанными выше характеристиками). В частности, на <u>Рис. 3.4</u> зеленым цветом обозначена область электронных характеристик, соответствующих выбранному диапазону ускоряющих напряжений. Зеленой сплошной линией обозначена характеристика электронного сгустка с оптимальным напряжением 300 кВ. Временная форма импульсов СИ

при различных ускоряющих напряжениях изображена на <u>Рис. 3.5</u>. При малых энергиях сгустка пиковая мощность импульса падает, в то время как в режиме, соответствующем колебаниям πвида (375 кВ), импульс СИ сильно расплывается.



<u>Рис. 3.5</u> Эволюция формы импульсов СИ в режиме возбуждения встречной поверхностной волны при изменении энергии электронов. Красными сплошными линиями показана мощность излучения на коллекторном конце системы *P*₊, синими – на катодном *P*₋.

На <u>Рис. 3.6</u> более детально показаны характеристики импульса СИ в оптимальных условиях (300 кэВ). Согласно расчетам, пиковая мощность излучения составляет ~220 МВт, длительность импульса по полувысоте ~150 пс. Спектр импульса с центральной частотой ~140 ГГц представлен на <u>Рис. 3.66</u>. Мгновенные пространственные распределения амплитуд

парциальных волн представлены на <u>Рис. 3.6г</u>. Видно, что амплитуды волновых пучков C_+ и $C_$ экспоненциально спадают при удалении от гофрированной поверхности волновода, расположенной в $\rho = \rho_0$, что соответствует возбуждению поверхностной волны.



<u>Рис. 3.6</u> Результаты моделирования генерации импульсов СИ с рабочей частотой 140 ГГц при возбуждении встречной поверхностной волны электронным пучком, формируемым ускорителем РАДАН при энергии частиц 300 кэВ. (а) Профиль импульса СИ и (б) его спектр, (в) разложение волнового пучка C_{-} на выходе из системы по ТМ_{0n} модам регулярного волновода в момент t = 0.4 нс. (г) Пространственные распределения парциальных волн C_{\pm} в момент времени $\tau = 40$ (t = 0.4 нс), иллюстрирующие структуру поверхностной обратной волны.

Режим возбуждения попутной поверхностной волны

При моделировании генерации импульсов СИ в режиме возбуждения попутной поверхностной волны, в соответствии с отмеченными в начале параграфа условиями, рассмотрим замедляющую систему с теми же периодом и амплитудой гофрировки, что и в предыдущем подразделе, но увеличим ускоряющее напряжение до 700 кВ и длину системы до



<u>Рис. 3.7</u> (а) Дисперсионные характеристики гофрированного волновода, резонансная точка соответствует режиму возбуждения попутной объемной волны. (б) Зависимости мощностей волновых пучков на границах системы от времени, (в) спектр импульса, (г) разложение волнового пучка *C*₋ на выходе из системы по TM_{0n} модам регулярного волновода в момент *t* = 30 пс.

9.3 см, уменьшив при этом длительность сгустка до 50 пс. Для указанной энергии электронов частота излучения, соответствующая резонансу (<u>Рис. 3.7а</u>), близка к 120 ГГц.

На <u>Рис. 3.76</u> показаны временные зависимости мощности излучения во встречном и попутном по отношению к поступательной скорости частиц направлении. Видно, что при выбранных параметрах основная доля излучения высвечивается с коллекторного конца системы. Согласно моделированию, длительность импульса СИ по полувысоте составляет ~60 пс, а пиковая мощность импульса может быть оценена на уровне ~380 MBT. Спектр импульса приведен на <u>Рис. 3.7в</u>. Пространственные структуры амплитуд парциальных волновых пучков C_+ и C_- , представленные на <u>Рис. 3.8</u>, соответствуют возбуждению попутной поверхностной волны.



<u>Рис. 3.8</u> Пространственные распределения парциальных волн C_{\pm} в момент времени $\tau = 1.1$ (t = 30 пс), иллюстрирующие структуру поверхностной попутной волны.

В данном случае режим взаимодействия с попутной волной рассмотрен в качестве модельного. Однако, как показано в [2a], именно такой режим представляет наибольший практический интерес для генерации импульсов терагерцового диапазона на основе коротких пикосекундных высокоэнергичных электронных сгустков, формируемых фотоинжекторами.

3.2 Экспериментальное наблюдение генерации коротковолновых сверхизлучательных импульсов на основе возбуждения поверхностных волн релятивистским электронным пучком в сверхразмерном гофрированном волноводе

На основе результатов теоретического анализа были проведены первые эксперименты по наблюдению генерации ультракоротких импульсов черенковского СИ в диапазоне 140 ГГц в режиме возбуждения поверхностных волн в сверхразмерном гофрированном волноводе. Для верификации разработанной модели и уточнения экспериментальных параметров на этапе подготовки эксперимента было выполнено трехмерное моделирование исследуемого процесса с использованием кода CST Studio Suite [88]. Параметры электронного пучка и гофрировки были близки к приведенным в П.3.1.3 для случая возбуждения обратной поверхностной волны. На Рис. 3.9а представлен полученный на основе РІС моделирования импульс СИ с пиковой мощностью ~170 МВт и длительностью 180 пс. Согласно Рис. 3.96, на котором представлен спектр излучения, центральная частота генерируемого импульса составляет 140 ГГц. Поперечное распределение поля является аксиально-симметричным и имеет вид поверхностной волны (Рис. 3.9в) с амплитудой, спадающей при удалении от гофрировки. При этом разложение поля на выходе из пространства взаимодействия по модам регулярного волновода (Рис. 3.9а) показывает, что возбуждаемое поле может быть представлено в виде совокупности трех первых сфазированных ТМ_{0n} мод регулярного волновода. Очевидно, что пиковое значение амплитуды импульса СИ, а также его длительность хорошо согласуются с результатами, полученными в П.3.1.3 в рамках усредненной квазиоптической модели. Кроме того, при выбранном достаточно высоком факторе сверхразмерности $r_0 / \lambda \approx 2$ PIC моделирование подтверждает применимость аксиально-симметричной квазиоптической модели (3.3)-(3.7), тем не менее дальнейшее увеличение радиуса волновода при сохранении плотности тока инжекции приводит к увеличению пиковой мощности импульсов СИ, однако одновременно возникает возбуждение несимметричных мод.



<u>Рис. 3.9</u> Результаты 3D PIC моделирования генерации коротковолновых импульсов СИ при параметрах пучка и электродинамической системы, близких к экспериментальным значениям: (а) импульс СИ и его разложение по модам невозмущенного волновода, (б) спектр импульса, (в) пространственное распределение компоненты поля *H*₀ в пространстве взаимодействия в момент времени 0.4 нс.

Экспериментально демонстрация возможности существенного повышения мощности импульсов черенковского СИ в коротковолновых диапазонах при использовании возбуждения встречной поверхностной волны была проведена в ИЭФ УрО РАН (Екатеринбург) на основе ускорителя «РАДАН-303». На <u>Рис. 3.10</u> приведена фотография общего вида установки, а также принципиальная схема генератора импульсов СИ. Электронный сгусток с требуемыми параметрами формировался в коаксиальном диоде с магнитной изоляцией при использовании холодного взрывоэмиссионного катода. Характерный импульс напряжения с амплитудой ~350 кВ и длительностью ~1 нс, а также импульс тока формируемого сгустка с амплитудой 2.2 кА показаны на Рис. 3.11а,6. Следует отметить, что на входе в пространство взаимодействия

пиковое значение тока пучка было несколько меньше (~1.8 кА – кривая (2) на <u>Рис. 3.116</u>) из-за потерь на рефлекторе, установленном на катодном конце замедляющей системы. Указанный рефлектор представлял собой коаксиальную вставку, образующую с внешней стенкой волновода радиальный канал с зазором 0.3 мм. Этот рефлектор использовался, с одной стороны, для отражения и вывода генерируемого излучения. С другой стороны, рефлектор коллимировал электронный пучок, отсеивая электроны с большими поперечными скоростями, тем самым, уменьшая разброс электронов по скоростям. Поперечный профиль пучка после прохода коллиматора представлен на <u>Рис. 3.11в</u>.



<u>Рис. 3.10</u> (а) Фото экспериментальной установки, (б) схема генератора импульсов СИ в субтерагерцовом диапазоне. 1 – графитовый катод; 2 – замедляющая электродинамическая структура; 3 - рефлектор; 4 – медное кольцо; 5 – траектории электронов.

Типичная осциллограмма генерируемых импульсов СИ с длительностью около 150 пс и длительностью фронта менее 100 пс изображена на <u>Рис. 3.11г</u>. Измерения частоты излучения проводились с использованием набора закритических волноводных фильтров и показали, что центральная частота спектра выходного импульса, в соответствии с теоретическим анализом, лежала в диапазоне 0.13-0.15 ТГц. Диаграмма направленности излучения (Рис. 3.11д),
измеренная на расстоянии 0.9 м от выходного отверстия с диаметром апертуры 30 мм, соответствовала преимущественному возбуждению ТМ₀₁ моды, что находится в хорошем соответствии с проведенным моделированием (<u>Рис. 3.6, 3.9</u>).



<u>Рис. 3.11</u> Результаты эксперимента: (а) форма импульса ускоряющего напряжения; (б) ток пучка до (кривая 1) и после коллимации (кривая 2); (в) поперечный профиль пучка на входе в пространство взаимодействия; (г) детектируемый импульс СИ; (д) диаграмма направленности излучения на расстоянии 0.9 м от выходного отверстия.

Пиковая мощность генерируемых импульсов СИ оценивалась путем интегрирования сигнала детектора по диаграмме направленности. Принимая во внимание снижение чувствительности детектора с увеличением частоты измеряемого излучения (в исследуемой области миллиметрового диапазона по крайней мере в 3 раза по отношению к длинноволновой части миллиметрового диапазона [110]), пиковая мощность импульсов СИ может быть оценена минимум 50-70 MBт. Хорошая воспроизводимость пиковой мощности импульсов СИ (не хуже 15%) была также подтверждена измерениями лазерного калориметра IMO-2.

В заключение стоит отметить, что дальнейшее увеличение мощности импульсов СИ возможно за счет увеличения факторов сверхразмерности и, соответственно, полного тока электронного пучка. Однако, как отмечалось выше, при этом будут возбуждаться также и несимметричные моды. В этом случае для стабилизации азимутальной структуры поля излучения перспективным выглядит использование двумерно-гофрированных сверхразмерных волноводов [43].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты

1. В приближении малого сигнала с учетом высокочастотных полей пространственного заряда получен общий вид дисперсионного уравнения, которое позволяет определить инкременты конвективной неустойчивости, развивающейся при прямолинейном движении релятивистских электронных потоков над импедансными поверхностями. Указанные поверхности могут иметь различную физическую природу и, при выполнении определенных условий, включают плоские и гофрированные металлические поверхности с конечной проводимостью, а также границу раздела плазма-вакуум.

2. В рамках квазиоптической теории с использованием импедансного граничного условия на слабогофрированной металлической поверхности построена нелинейная теория релятивистских черенковских усилителей поверхностной волны планарной геометрии. Продемонстрирован предельный переход к известному приближению фиксированной поперечной структуры поля. Для исследуемого класса усилителей проведен анализ коэффициентов усиления и электронного КПД в различных частотных диапазонах от сантиметрового до субмиллиметрового.

3. На основе квазиоптической теории с использованием граничного условия Леонтовича проведен теоретический анализ линейной и нелинейной стадий резистивной неустойчивости, возникающей при движении электронных пучков вблизи металлических поверхностей с конечной проводимостью. Продемонстрирована перспективность использования указанного эффекта для реализации усилителей в коротковолновых диапазонах, проведены оценки коэффициентов усиления и электронного КПД.

4. В предположении возбуждения аксиально-симметричных мод построена квазиоптическая модель генераторов поверхностных волн цилиндрической геометрии на основе сверхразмерных волноводов с малой глубиной гофрировки, запитываемых трубчатыми

релятивистскими электронными пучками. Проведено сопоставление теоретических результатов с известными экспериментальными данными по реализации генераторов указанного типа в сантиметровом диапазоне длин волн и показано хорошее соответствие, как по стартовым электронному КПД. Ha основе численного условиям, так И по моделирования продемонстрирована перспективность реализации генераторов указанного типа в коротковолновой части миллиметрового диапазона.

5. Развита теория черенковского сверхизлучения протяженных электронных сгустков в сверхразмерных гофрированных цилиндрических волноводах. Проведенный теоретический анализ лег в основу эксперимента по генерации коротких импульсов в режиме возбуждения поверхностных волн с использованием субнаносекундного ускорителя «РАДАН-303». Параметры экспериментально наблюдаемых субнаносекундных импульсов черенковского СИ с центральной частотой 140 ГГц, находились в хорошем соответствии с результатами теоретического анализа и имели рекордную для коротковолновой части миллиметрового диапазона пиковую мощность 50-70 МВт.

На защиту выносятся следующие основные положения:

1. Усиление волн релятивистскими электронными пучками, движущимися прямолинейно над импедансными поверхностями, может быть описано в рамках универсальной квазиоптической модели. В приближении малого сигнала с учетом высокочастотных полей пространственного заряда может быть получено универсальное с точностью до определения импеданса дисперсионное уравнение, которое позволяет оценить инкременты конвективной неустойчивости в различных режимах. Описание распространения волны на основе параболического уравнения в совокупности с усредненными уравнениями движения электронов позволяет определить эффективность энергообмена, уровень омических потерь, пространственную структуру поля на выходе из области взаимодействия.

2. Резистивная неустойчивость, развивающаяся при движении релятивистских электронных потоков над металлами с конечной проводимостью, может быть использована для усиления коротковолнового (субмиллиметрового) излучения. Анализ в рамках квазиоптической теории с граничными условиями Леонтовича над поверхностью металла позволяет определить инкременты неустойчивости, волновой и электронный КПД.

3. Квазиоптическая модель генераторов поверхностной волны на основе сверхразмерных гофрированных цилиндрических волноводов позволяет адекватно описать эксперименты по генерации гигаваттного излучения, проведенные ранее в сантиметровом диапазоне длин волн, и показывает возможность реализации указанного типа генераторов в субмиллиметровом диапазоне с высоким уровнем мощности порядка 100 МВт.

4. Эффект возбуждения поверхностных волн протяженными электронными сгустками, движущимися в сверхразмерных гофрированных цилиндрических волноводах, может быть использован для генерации субнаносекундных импульсов сверхизлучения высокой (субгигаваттной) пиковой мощности в коротковолновой части миллиметрового диапазона.

ЛИТЕРАТУРА

Список цитируемой литературы

- Ковалев Н.Ф., Петелин М.И., Райзер М.Д., Сморгонский А.В., Цопп Л.Э. Генерация мощных импульсов электромагнитного излучения потоком релятивистских электронов. // Письма в ЖЭТФ, 1973, т.18, вып.4, с.232-235.
- Carmel Y., Ivers J., Kribel R.E., Nation J. Intense coherent Cerenkov radiation due to the interaction of a relativistic electron beam with a slow-wave structure // Phys. Rev. Lett., 1974, V.33, №21, p.1278-1282.
- Релятивистская высокочастотная электроника, вып.1-6, под ред. А.В. Гапонова-Грехова, Горький: ИПФ АН СССР / Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1979-1992.
- 4. Иванов В.С., Ковалев Н.Ф., Кременцов С.И., Райзер М.Д. Релятивистский карсинотрон миллиметрового диапазона // Письма в ЖТФ, 1978, т.14, вып.4, с.817-820.
- Ельчанинов А.С., Загулов Ф.Я., Ковалев Н.Ф., Месяц Г.А., Коровин С.Д., Ростов В.В., Сморгонский А.В. Высокоэффективный релятивистский карсинотрон // Письма в ЖТФ, 1980, т.6, вып.7, с.443-447.
- 6. Зайцев Н.И., Ковалев Н.Ф., Кольчугин Б.Д., Фукс М.И. Экспериментальное исследование релятивистского карсинотрона // ЖТФ, 1982, т.52, вып.8, с.1611-1617.
- Ростов В.В. Исследование высокочастотных генераторов на основе сильноточных импульсно-периодических ускорителей электронов // Кандидатская диссертация. Томск: ИСЭ СО АН СССР, 1985.
- Bratman V.L., Denisov G.G., Korovin S.D., Ofitserov M.M., Polevin S.D., Rostov V.V. Millimeter-wave HF relativistic electron oscillators // IEEE Trans. on Plasma Science, 1987, V. PS-15, №1, p.2-15.
- Братман В.Л., Губанов В.П., Денисов Г.Г., Коровин С.Д., Полевин С.Д., Ростов В.В., Сморгонский А.В. Экспериментальное исследование секционированного СВЧ-генератора с релятивистским электронным пучком // Письма в ЖТФ, 1988, т.14, вып.1, с.9-14.
- 10. Shiffler D., Nation J.A., Kerslick G.S. A high-power, traveling wave tube amplifier // IEEE Trans. on Plasma Science, 1990, V.18, №3, p.546–552.
- 11. Бугаев С.П., Канавец В.И., Кошелев В.И., Черепенин В.А. Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы // Новосибирск: Наука. Сиб. Отд., 1991, 296с.

- Carmel Y., Lou W.R., Rodgers J., Guo H., Destler W.W., Granatstein V.L., Levush B., Antonsen T., Bromborsky A. From linearity towards chaos: basic studies of relativistic backwardwave oscillators // Phys. Rev. Lett., 1992, 69, №11, p.1652-1655.
- Gunin A.V., Klimov A.I., Korovin S.D., Kurkan I.K., Pegel I.V., Polevin S.D., Roitman A.M., Rostov V.V., Stepchenko A.S., Totmeninov E.M. Relativistic X-band BWO with 3-GW output power // IEEE Trans. on Plasma Science, 1998, V.26, №3, p.326-331.
- Vlasov A.N., Shkvarunets A.G., Rodgers J.C., Carmel Y., Antonsen T.M., Abuelfadl T.M., Lingze D., Cherepenin V.A., Nusinovich G.S., Botton M., Granatstein V.L. Overmoded GW-class surface-wave microwave oscillator // IEEE Trans. on Plasma Science, 2000, V.28, №3, p.550-560.
- Ростов В.В. Эффективные импульсно-периодические источники черенковского излучения на основе сильноточных электронных пучков // Докторская диссертация. Томск: ИСЭ СО РАН, 2001.
- Abubakirov E.B., Denisenko A.N., Fuchs M.I., Kolganov N.G., Kovalev N.F., Petelin M.I., Savelyev A.V., Schamiloglu E., Soluyanov E.I., Yastrebov V.V. An X-band gigawatt amplifier // IEEE Trans. on Plasma Science, 2002, V.30, №3, p.1041-1052.
- Абубакиров Э.Б. Усиление и генерация микроволн релятивистскими электронными пучками в секционированных системах // Докторская диссертация. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2007.
- Климов А.И., Куркан И.К., Полевин С.Д., Ростов В.В., Тотьменинов Е.М. Мультигигаваттная релятивистская лампа обратной волны сантиметрового диапазона с модулирующим резонансным рефлектором // Письма в ЖТФ, 2008, т. 34, вып.6, с.23-29.
- Ростов В.В., Тотьменинов Е.М., Яландин М.И. Мощные релятивистские СВЧ-генераторы на основе лампы обратной волны с модулирующим резонансным рефлектором // ЖТФ, 2008, т.78, вып.11, с.85-92.
- 20. Пирс Дж. Лампа с бегущей волной // М.: Сов. Радио, 1952, 228с.
- 21. Клеен В., Пешль К. Введение в электронику сверхвысоких частот, т.2: лампы с длительным взаимодействием //М.: Сов. Радио, 1963, 271с.
- Гапонов А.В., Петелин М.И., Юлпатов В.К. Индуцированное излучение возбужденных классических осцилляторов и его использование в высокочастотной электронике // Изв. Вузов. Радиофизика, 1967, т.10, №9-10, с.1414-1466.
- 23. Ковалев Н.Ф., Орлова И.М., Петелин М.И. Трансформация волн в многомодовом волноводе с гофрированными стенками // Изв. Вузов. Радиофизика, 1968, т.11, вып.5, с.783-786.

- 24. Петелин М.И. Принцип подобия для высокочастотных приборов с ультрарелятивистскими электронными потоками // Изв. Вузов. Радиофизика, 1970, т.13, вып.10, с.1586-1589.
- 25. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ // М.: Сов. Радио, 1970, 580с.
- 26. Гайдук В.И., Палатов К.И., Петров Д.М. Физические основы электроники СВЧ // М.: Сов. Радио, 1971, 600с.
- 27. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ. т.2. // М.: Высшая шк., 1972, 376с.
- 28. Булгакова Л.В., Трубецков Д.И., Фишер В.Л., Шевчик В.Н. Лекции по электронике СВЧ приборов типа О // Саратов: Изд-во Сар. ун-та, 1974, 221с.
- 29. Ковалев Н.Ф., Петрухина В.И., Сморгонский А.В. Ультрарелятивистский карсинотрон // Радиотехника и электроника, 1975, т.20, вып.7, с.1547-1550.
- 30. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Изв. Вузов. Радиофизика, 1978, т.21, вып.7, с.1037-1052.
- 31. Ковалев Н.Ф. Исследование высокочастотных генераторов обратной волны, основанных на индуцированном черенковском излучении сильноточных релятивистских электронных потоков // Кандидатская диссертация. Горький: ИПФ АН СССР, 1983.
- 32. Денисов Г.Г. Релятивистские электронные СВЧ-генераторы диапазона миллиметровых волн с высокоселективными электродинамическими системами // Кандидатская диссертация. Горький: ИПФ АН СССР, 1985.
- 33. Swegle J.A., Poukey J.W., Leifeste G.T. Backward wave oscillators with rippled wall resonators: analytic theory and numerical simulation // The Physics of Fluids, 1985, V.28, №9, p.2882-2894.
- 34. Levush B., Antonsen T.M., Bromborsky A., Lou W., Carmel Y. Theory of relativistic BWOs with end reflectiones // IEEE Trans. on Plasma Science, 1992, V.20, №3, p.263-280.
- 35. Цимринг Ш.Е. Введение в высокочастотную вакуумную электронику и физику электронных пучков // Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2012, 576с.
- Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике // М.: Сов. Радио, 1973, 400с.
- Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков в 2т. // М: Физматлит, 2003, 496с. и 647с.
- Ginzburg N.S., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zaslavsky V.Yu. Quasi-optical theory of relativistic submillimeter surface-wave oscillators // Appl. Phys. Lett., 2011, V.99, P.121505.

- 39. Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М., Сергеев А.С. Квазиоптическая модель релятивистских генераторов поверхностной волны миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов // Письма в ЖТФ, 2011, т.37, вып.13. с.31-39.
- 40. Ginzburg N.S., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zaslavsky V.Yu. Powerful surface-wave oscillators with two-dimensional periodic structures // Appl. Phys. Lett., 2012, V.100, P.143510.
- Ginzburg N.S., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zaslavsky V.Yu. Oversized co-axial and cylindrical surface-wave oscillators with two-dimensional periodical grating (quasi-optical model) // J. of Appl. Phys., 2013, V.113, P.104504.
- Ginzburg N.S., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zaslavsky V.Yu. Quasi-optical theory of relativistic surface-wave oscillators with 1D and 2D periodic planar structures // Phys. Plasmas, 2013, V.20, P.113104.
- 43. Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю. Малкин А.М., Сергеев А.С. Квазиоптическая теория формирования поверхностных волн над структурами с одно- и двумерно-периодической гофрировкой малой глубины // Радиотехника и электроника, 2013, т.58, вып.6, с.541-552.
- 44. Малкин А.М. Квазиоптическая теория релятивистских усилителей и генераторов поверхностной волны // Кандидатская диссертация. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2013.
- 45. Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М., Сергеев А.С. Квазиоптическая теория релятивистских генераторов поверхностной волны коаксиальной и цилиндрической геометрии // ЖТФ, 2013, т.83, вып.2, с.119.
- 46. Леонтович М.А. О приближенных граничных условиях для электромагнитного поля на поверхности хорошо проводящих тел // Исследования по распространению радиоволн. Сборник второй. М.-Л.: Изд. АН СССР, 1948, с.5-12.
- 47. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны // М.: Сов. Радио, 1957, 580с.
- 48. Каценеленбаум Б.З. Высокочастотная электродинамика. Основы математического аппарата // М.: Наука, 1966, 240с.
- 49. Силин Р.А., Сазонов В.П. Замедляющие системы // М., Советское Радио, 1966, 632с.
- 50. Garcia-Molina R., Maradudin A.A., Leskova T.A. The impedance boundary condition for a curved surface // Physics Reports, 1990, V.194, №5–6, p.351-359.
- Yuferev S., Ida N. Selection of the surface impedance boundary conditions for a given problem // IEEE Transactions on magnetics, 1999, V.35, №3, p.1486-1489.
- 52. Ida N., Di Rienzo L., Yuferev S. Surface impedance boundary conditions application to computer-aided electromagnetic design // Proc. of 11th International Conference on Development and Application Systems, Suceava, Romania, May 17-19, 2012, p.135-143.

- 53. Polo J.A., Mackay T.G., Lakhtakia A. Electromagnetic surface waves. A modern perspective // Elsevier, 225 Wyman Street, Waltham, MA 02451, USA, 2013, 293p.
- 54. Бердник С.Л., Пенкин Д.Ю., Катрич В.А., Пенкин Ю.М., Нестеренко М.В. Использование концепции поверхностного импеданса в задачах электродинамики (75 лет спустя) // Радиофизика и радиоастрономия, 2014, т.19, вып.1, с.57-80.
- 55. Birdsall C.K., Whinnery J.R. Waves in an electron stream with general admittance walls // Journal of Applied Physics, 1953, V.24, №3, p.314-323.
- 56. Аркадакский С.С., Цикин Б.Г. Уравнение возбуждения электронным потоком волноведущей системы с импедансной границей // В кн.: Лекции по электронике СВЧ (3-я зимняя школа-семинар инженеров), Саратов: СГУ, 1974, кн.3, с.130-165.
- 57. Uhm H.S. A self-consistent nonlinear theory of resistive-wall instability in a relativistic electron beam // Phys. Plasmas, 1994, 1 (6), p.2038-2052.
- 58. Кондратенко А.Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме // М.: Энергоатомиздат, 1985, 208с.
- Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы // М.: Высшая школа, 1988, 424с.
- Zayats A.V., Smolyaninov I.I., Maradudin A.A. Nano-optics of surface plasmon polaritons // Physics Reports, 2005, 408, p.131–314.
- 61. Neil V.K., Sessler A.M. Longitudinal resistive instabilities of intense coasting beams in particle accelerators // The Review of Scientific Instruments, 1965, V.36, №4, p.429-436.
- 62. Ораевский А.Н., Сметанин И.В. Об усилении света электронным пучком вблизи поглощающей поверхности // Письма в ЖЭТФ, 1995, т.62, вып.3, с.242-245.
- 63. Богданкевич Л.С., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Плазменная СВЧ электроника // УФН, 1981, т.133, вып.1, с.3-32.
- Berini P., De Leon I. Surface plasmon-polariton amplifiers and lasers // Nature Photonics, 2012, 6, p.16-24.
- 65. Александров А.Ф., Галузо С.Ю., Канавец В.И., Плетюшкин В.А. Возбуждение поверхностных волн релятивистским электронным потоком в диафрагмированном волноводе // ЖТФ, 1981, т.51, вып.8, с.1727-1730.
- 66. Бугаев С.П., Канавец В.И., Климов А.И., Кошелев В.И., Черепенин В.А. Релятивистский многоволновый черенковский генератор. // Письма в ЖТФ, 1983, т.9, вып.22, с.1385-1389.
- 67. Коровин С.Д., Месяц Г.А., Полевин С.Д. Генератор мощного миллиметрового излучения на эффекте Смита-Парселла // Письма в ЖТФ, 1984, т.10, вып.20, с.1269-1272.

- 68. Афонин А.М., Вдовин В.А., Поезд А.Д. Линейная теория релятивистского генератора поверхностной волны // Вестник МГУ. Серия 3. Физика и Астрономия, 1986, т.27, стр.33.
- 69. Гаруца Н.А., Канавец В.И., Слепков А.И. Релятивистский генератор поверхностной волны гибридного типа // Вестник МГУ. Серия 3. Физика и Астрономия, 1986, т.27, стр.37.
- 70. Афонин А.М., Вдовин В.А., Канавец В.И., Поезд А.Д., Соколов С.А. Нестационарные процессы в миллиметровом генераторе поверхностной волны // Радиотехника и электроника, 1987, т.32, стр.118.
- Bugaev S.P., Cherepenin V.A., Kanavets V.I., Klimov A.I., Kopenkin A.D., Koshelev V.I., Popov V.A., Slepkov A.I. Relativistic multiwave Cherenkov generators // IEEE Trans. on Plasma Science, 1990, V.18, №3, p.525–536.
- Черепенин В.А. Релятивистские многоволновые генераторы и их возможные применения // УФН, 2006, 176, с.1124–1130.
- 73. Zhang H., Wang J., Tong Ch., Li X., Wang G. Numerical studies of powerful terahertz pulse generation from a super-radiant surface wave oscillator // Physics of Plasmas, 2009, 16, 123104.
- 74. Konoplev I.V., Fisher L., Cross A.W., Phelps A.D.R., Ronald K., Robertson C.W. Surface wave Cherenkov maser based on a periodic lattice // Appl. Phys. Lett., 2010, 96, 261101.
- 75. Jaroszynski D.A., Chaix P., Piovella N. Superradiance in a Short-Pulse Free-Electron-Laser Oscillator // Phys. Rev. Lett., 1997, 78, №9. p.1699–1702.
- 76. Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл.В. Циклотронное сверхизлучение классический аналог СИ Дике // Изв. вузов. Радиофизика, 1986, т.29, вып.9., с.1095-1116.
- 77. Bonifacio R., Malori C., Piovella N. Slippage and superradiance in the high-gain FEL linear theory // Opt. Communications, 1988, V.68, №5, p.359-364.
- 78. Bonifacio R., Piovella N., McNeil B.W.J. Superradiant evolution of radiation pulses in a freeelectron laser // Phys. Rev. A, 1991, 44, p.3441-3444.
- 79. Ginzburg N.S., Novozhilova Yu.V., Zotova I.V., Sergeev A.S., Peskov N.Yu., Phelps A.D.R., Wiggins S.M., Cross A.W., Ronald K., He W., Shpak V.G., Yalandin M.I., Shunailov S.A., Ulmaskulov M.R., Tarakanov V.P. Generation of powerful subnanosecond microwave pulses by intense electron bunches moving in a periodic backward wave structure in the superradiative regime // Phys. Rev. E, 1999, 60 (3), p.3297-3304.
- 80. Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С., Розенталь Р.М., Шпак В.Г., Яландин М.И., Фелпс А.Д.Р., Кросс А.В. Генерация субнаносекундных микроволновых импульсов на основе эффекта черенковского сверхизлучения // ЖТФ, 2002, т.72, вып.3, с.53-60.

- Korovin S.D., Eltchaninov A.A., Rostov V.V., Shpak V.G., Yalandin M.I., Ginzburg N.S., Sergeev A.S., Zotova I.V. Generation of Cherenkov superradiance pulses with a peak power exceeding the power of the driving short electron beam // Phys. Rev. E, 2006, V.74, 016501-016508.
- 82. Бункин Б.В., Гапонов-Грехов А.В., Ельчанинов А.С., Загулов Ф.Я., Коровин С.Д., Месяц Г.А., Осипов М.Л., Отливанчик Е.А., Петелин М.И., Прохоров А.М., Ростов В.В., Сисакян И.Н., Сморгонский А.В., Суворов В.А. Радиолокатор на основе СВЧ-генератора с релятивистским электронным пучком // Письма в ЖТФ, 1992, т.18, вып.9, с.61-65.
- Куревич А.В., Литвак А.Г., Вихарев А.Л., Иванов О.А., Борисов Н.Д., Сергейчев К.Ф. Искусственная ионизованная область как источник озона в стратосфере // УФН. 2000. т.170, №11. с.1181-1202.
- 84. Granatstein V.L., Nusinovich G.S. Detecting excess ionizing radiation by electromagnetic breakdown of air // Journal of Applied Physics, 2010, 108, 063304.
- 85. Osepchuk J.M. Microwave power applications // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2002, V.50, №3, p.975-985.
- 86. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела в 2т. // М.: Мир, 1979, 458 и 486с.
- Фок В.А. Законы отражения Френеля и законы дифракции // УФН, 1948, т.36, вып.3, с.308-327.
- 88. cst.com
- 89. Каценеленбаум Б.З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами // М.: АН СССР, 1961, 216с.
- 90. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) // М.: Наука, 1977, 830с.
- 91. Гинзбург Н.С., Завольский Н.А., Нусинович Г.С., Сергеев А.С. Установление автоколебаний в электронных СВЧ генераторах с дифракционным выводом излучения // Изв. вузов. Радиофизика, 1986, т.29. вып.1, с.106–117.
- 92. Glyavin M.Yu., Luchinin A.G., Nusinovich G.S., Rodgers J., Kashyn D.G., Romero-Talamas C.A., Pu R. A 670 GHz gyrotron with record power and efficiency // Appl. Phys. Lett., 2012, 101, 153503.
- 93. Незлин М.В. Волны с отрицательной энергией и аномальный эффект Допплера // УФН, 1976, т.120. вып.3. с.481–495.
- 94. Лебедев А.Н., Шальнов А.В. Основы физики и техники ускорителей // М.: Энергоатомиздат, 1991, 528с.

- 95. Леонтович М.А. Об одном методе решения задач распространения радиоволн по поверхности земли. // Изв. АН СССР, сер. Физ., 1944, т.8, №1. с.16–22.
- 96. Смит Я., Вейн Х. Ферриты. Физические свойства и практические применения // М.: Издательство Иностранной Литературы, 1962, 504с.
- 97. Spector J., Trivelpiece A.W. Slow waves in ferrites and their interaction with electron streams // Journal of Applied Physics, 1964, V.35, №7, p.2030-2039.
- Baden Fuller A.J. Ferrites at microwave frequencies // Peter Peregrinus Ltd., London, UK, 1987: IEE electromagnetic waves series, v.23, 267p. Reprinted 2005.
- 99. Glyavin M.Yu., Luchinin A.G., Golubiatnikov G.Yu., Generation of 1.5-kW, 1-THz coherent radiation from a gyrotron with a pulsed magnetic field // Phys. Rev. Lett., 2008, 100, 015101.
- 100.West P.R., Ishii S., Naik G.V., Emani N.K., Shalaev V.M., Boltasseva A. Searching for better plasmonic materials // Laser Photonics Rev., 2010, 4, No.6, p.795–808.
- 101.Вержбицкий В.М. Основы численных методов // М.: Высшая школа, 2002, 840с.
- 102.Kogelnik H., Shank C.V. Coupled-wave theory of distributed feedback lasers // Journal of Applied Physics, 1972, 43, 2327-2335.
- 103.Dicke R.H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes // Phys. Rev., 1954, 93, №1, p.99-114.
- 104.Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С. Нелинейная теория циклотронного сверхизлучения // Письма в ЖТФ, 1989, т.15, вып.14, с.83-87.
- 105.Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С. Циклотронное сверхизлучение движущегося электронного сгустка в условиях группового синхронизма // Письма в ЖТФ, 1994, т.60, вып.7, с.501-506.
- 106.Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С. К теории ондуляторного сверхизлучения электронного сгустка в режиме группового синхронизма // Письма в ЖТФ, 1999, т.25, вып.8, с.8-15.
- 107.Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Розенталь Р.М., Сергеев А.С., Яландин М.И. О возможности генерации коротковолновых импульсов сверхизлучения при вынужденном встречном рассеянии мощной волны накачки на электронном сгустке // Письма в ЖТФ, 2000, т.26, вып.15, с.103-110.
- 108.Барышев В.Р., Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С. Генерация «гигантских» импульсов рассеянного излучения на движущемся фронте волны накачки // ЖЭТФ, 2008, т.87, вып.3, с.150-153.
- 109.Piot P., Sun Y., Kim K. Photoinjector generation of a flat electron beam with transverse emittance ratio of 100 // Phys. Rev. ST-AB, 2006, 9, № 3, p.031001-031008.

110.Yalandin M.I., Shpak V.G., Shunailov S.A., Oulmaskoulov M.R., Ginzburg N.S., Zotova I.V., Novozhilova Yu.V., Sergeev A.S., Phelps A.D.R., Cross A.W., Wiggins S.M., Ronald K., Generation of powerful subnanosecond microwave pulses in the range of 38-150 GHz // IEEE Trans. Plasma Sci., 2000, 28, №5, p.1615-1619.

Список публикаций автора по теме диссертации

- Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Малкин А.М., Сергеев А.С., Заславский В.Ю., Железнов И.В. Терагерцовое сверхизлучение протяженного электронного сгустка, движущегося над гофрированной поверхностью // Письма в ЖТФ, 2012, т.38, вып.20, с.78-87.
- 2a. Ginzburg N.S., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zotova I.V., Zaslavsky V.Yu., Zheleznov I.V. 3D Quasioptical Theory of Terahertz Superradiance of an Extended Electron Bunch Moving Over a Corrugated Surface // Phys. Rev. Lett., 2013, 110, 184801.
- 3a. Ginzburg N.S., Malkin A.M., Zheleznov I.V., Sergeev A.S. Evanescent waves propagation along a periodically corrugated surface and their amplification by relativistic electron beam (quasioptical theory) // Phys. Plasmas, 2013, 20, 063105.
- 4а. Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Железнов И.В., Заславский В.Ю., Сергеев А.С. Стимулированное черенковское излучение релятивистского электронного пучка, движущегося над периодически-гофрированной поверхностью (квазиоптическая теория) // ЖЭТФ, 2013, т.144, вып.6, с.1115-1128.
- 5а. Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Заславский В.Ю., Железнов И.В., Сергеев А.С., Зотова И.В. Квазиоптическая теория релятивистских черенковских генераторов и усилителей // Изв. Вузов. Радиофизика, 2013, т.56, вып.8-9, с.562-588.
- 6а. Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Железнов И.В., Сергеев А.С., Зотова И.В. Квазиоптическая теория усиления излучения электронным потоком, движущимся над металлической резистивной поверхностью // Письма в ЖТФ, 2013, т.39, вып.2, с.52-60.
- 7а. Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Железнов И.В., Сергеев А.С., Кочаровская Е.Р. Усиление релятивистским электронным потоком поверхностной волны, распространяющейся над гофрированной структурой // Письма в ЖТФ, 2013, т.39, вып.6, с.50-59
- 8а. Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Железнов И.В., Сергеев А.С., Кочаровская Е.Р. Распространение волн в сверхразмерных планарных волноводах со слабогофрированной поверхностью // Радиотехника и электроника, 2014, т.59, вып.12, с.1246-1254.
- 9a. Ginzburg N.S., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zheleznov I.V., Zotova I.V., Zaslavsky V.Yu., Boltachev G.Sh., Sharypov K.A., Shunailov S.A., Ul'masculov M.R., Yalandin M.I. Generation of Subterahertz Superradiance Pulses Based on Excitation of a Surface Wave by Relativistic Electron Bunches Moving in Oversized Corrugated Waveguides // Phys. Rev. Lett., 2016, 117, 204801.
- 10а. Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Железнов И.В., Зотова И.В., Малкин А.М., Сергеев А.С., Кочаровская Е.Р., Яландин М.И. Механизмы черенковского сверхизлучения протяженных электронных сгустков в сверхразмерных гофрированных волноводах // Изв. Вузов. Радиофизика, 2016, т.59, вып.6, с.509-519.
- 11а. Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Железнов И.В., Сергеев А.С., Кочаровская Е.Р. Квазиоптическая теория усиления релятивистским электронным потоком поверхностных

волн, распространяющихся над гофрированными структурами (импедансное приближение) // ЖТФ, 2016, т.86, вып.11, с.6-15.

- 12а. Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Заславский В.Ю., Железнов И.В., Сергеев А.С. Генерация коротковолнового излучения ленточными релятивистскими электронными пучками в режиме возбуждения поверхностных волн // Радиотехника и электроника, 2016, т.61, вып.5, с.451.
- 13а. Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Железнов И.В., Сергеев А.С., Кочаровская Е.Р. Усиление коротковолнового излучения на основе резистивной неустойчивости релятивистского электронного потока (квазиоптическая теория) // ЖТФ, 2017, т.87, вып.8, с.1230-1237.
- 14a. Ginzburg N.S., Malkin A.M., Zheleznov I.V., Sergeev A.S. Quasi-optical theory of relativistic submillimeter Cherenkov amplifier and oscillator // Proceedings of 38th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves, Mainz, Germany, 1-6 September, 2013, 6665490.
- 15а. Гинзбург Н.С., Железнов И.В., Заславский В.Ю., Зотова И.В., Малкин А.М., Сергеев А.С. Квазиоптическая теория релятивистских коротковолновых черенковских генераторов и усилителей // Труды всероссийской научной конференции «Проблемы СВЧ-электроники», Москва, 24-25 октября, 2013, с.39-42.
- 16a. Ginzburg N.S., Zheleznov I.V., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zotova I.V., Yalandin M.I. Terahertz superradiance of an extended electron beams in the surface-wave excitation mode // Proceedings of 40th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves, Hong Kong, China, 23-28 August, 2015, 7327464.
- 17а. Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Зотова И.В., Железнов И.В., Заславский В.Ю., Сергеев А.С., Шарыпов К.А., Шунайлов С.А., Ульмаскулов Р.М., Яландин М.И. Генерация импульсов сверхизлучения при возбуждении электронным пучком поверхностных волн в гофрированных всероссийской сверхразмерных волноводах // Труды научной конференции «Х всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых И субмиллиметровых волн», Нижний Новгород, 26 февраля - 3 марта, 2016, с.59-60.
- 18a. Malkin A.M., Ginzburg N.S., Zheleznov I.V., Sergeev A.S. Amplification of short-wavelength radiation by relativistic electron beams moving near the impedance surfaces // Proceedings of 10th International Workshop "Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications", Nizhny Novgorod – Moscow, 17-22 July, 2017, p.273-274.