

*На правах рукописи*

СЛЮНЯЕВ Николай Николаевич

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
СТРУКТУРЫ И ДИНАМИКИ  
ГЛОБАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ**

25.00.29 – физика атмосферы и гидросферы

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (г. Нижний Новгород).

Научный руководитель: **Мареев Евгений Анатольевич**,  
доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, заместитель директора по науке, Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук»

Официальные оппоненты: **Морозов Владимир Николаевич**,  
доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение «Главная геофизическая обсерватория им. А. И. Воейкова»

**Фёдоров Евгений Николаевич**,  
доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта Российской академии наук»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука Российской академии наук»

Защита состоится 10 октября 2016 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета Д 002.069.01 в Институте прикладной физики РАН, расположенном по адресу 603950, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной физики РАН, а также на его официальном сайте по адресу [http://www.iapras.ru/training/img/2016/Slunyaev\\_N.pdf](http://www.iapras.ru/training/img/2016/Slunyaev_N.pdf).

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета Д 002.069.01  
кандидат физико-математических наук



А. И. Малеханов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы исследования

Концепция глобальной электрической цепи (ГЭЦ) представляет собою одну из наиболее фундаментальных теорий в исследованиях атмосферного электричества. ГЭЦ — это распределённый токовый контур, образованный атмосферой, проводимость которой мала в пограничном слое, но экспоненциально растёт с высотой, и высокопроводящими верхними слоями земной коры и океана [1–4]. Функционирование ГЭЦ поддерживается процессами разделения зарядов в грозовых облаках; в результате квазистационарный электрический ток течёт вверх в областях грозы и течёт вниз в областях хорошей погоды, а высокопроводящие поверхность Земли и ионосфера замыкают токовый контур. Гипотеза о том, что грозовые облака поддерживают квазистационарное распределение тока в атмосфере, была впервые выдвинута Вильсоном в начале 20-го века [5]; дальнейшие исследования позволили включить в число источников ГЭЦ, помимо грозовых облаков, и другие облака с развитой электрической структурой, в частности облака, называемые в англоязычной литературе «electrified shower clouds», и мезомасштабные конвективные системы. Отметим также, что в число источников ГЭЦ часто включают ещё так называемые ионосферные и магнитосферные генераторы [1, 2, 6].

ГЭЦ связывает воедино области грозы и хорошей погоды и непосредственно отражает как состояние климатической системы Земли, так и влияние факторов космического окружения. По мере накопления новых экспериментальных данных важность изучения ГЭЦ становится всё более очевидной [1–4, 7–11]. При этом многие смежные задачи, например задачи, связанные с моделированием крупномасштабных электрических полей в атмосфере, обусловленных действием источников космической и литосферной природы [12, 13], и задачи о связи ионосферных и литосферных процессов [14], также удобно рассматривать с позиций изучения структуры и динамики ГЭЦ.

Малая проводимость атмосферы в пограничном слое делает поверхность Земли практически эквипотенциальной, а экспоненциальный рост этой проводимости с высотой даёт возможность считать приближённо эквипотенциальной и нижнюю ионосферу, через которую замыкаются токи ГЭЦ. Это позволяет ввести ионосферный потенциал — разность потенциалов между поверхностью Земли и достаточно высоко лежащими слоями ионосферы (ионосферный слой D). Ионосферный потенциал является одной из важнейших глобальных характеристик ГЭЦ; одновременные измерения этой величины в удалённых друг от друга точках земной поверхности дают очень близкие результаты [15], что является важным

экспериментальным свидетельством в пользу концепции ГЭЦ.

Фундаментальной проблемой является изучение динамики ионосферного потенциала на различных временных масштабах — его суточной, сезонной, годовой и многолетней вариации под действием различных природных и антропогенных факторов. Начиная с середины 20-го века накоплено достаточно много экспериментальных данных об ионосферном потенциале [7], однако несистематичность измерений, различия в условиях и использованных методах существенно затрудняют теоретический анализ этих данных. На больших временных масштабах важнейшими проблемами являются вопрос о влиянии на ионосферный потенциал повышения радиоактивности в стратосфере в период масштабных испытаний ядерного оружия в конце 1950-х — начале 1960-х годов (в этот период отмечается скачкообразное увеличение средних значений ионосферного потенциала примерно на 40% [7], впоследствии ни разу не наблюдавшееся) и вопрос о связи динамики ионосферного потенциала с 11-летними циклами солнечной активности (имеющиеся данные не позволяют выявить чёткие закономерности, однако большинство исследований свидетельствует об отрицательной корреляции основных параметров ГЭЦ, включая ионосферный потенциал, с фазами солнечного цикла [16–18]). Изучению этих проблем с теоретической точки зрения посвящена значительная часть данной работы.

Ещё одна причина повышенного интереса к ГЭЦ в последние годы заключается в тесной связи электрических процессов в атмосфере с изменением климата [19, 20]. Если параметризовать вклады в ионосферный потенциал от областей конвекции (отождествляемых с облаками с развитой электрической структурой), то можно рассчитать динамику ионосферного потенциала на различных временных масштабах с помощью модели общей циркуляции атмосферы и океана [20]. Для этого необходимо развивать параметризации источников ГЭЦ с учётом возмущений проводимости и различных механизмов разделения зарядов.

Теоретическим исследованиям ГЭЦ в последние годы уделяется много внимания. Начиная с классической модели [21], было разработано множество численных и упрощённых аналитических моделей, позволяющих рассчитать распределение полей и токов в атмосфере по заданным грозovým генераторам [22–24]; разработка новых моделей интенсивно ведётся и в 21-м веке [25–30]. Большая часть существующих моделей ГЭЦ позволяет решать лишь стационарную задачу, однако наблюдается и определённый интерес к моделированию нестационарных процессов [23–26, 30]. Каждая из упомянутых моделей имеет свои достоинства и недостатки; среди важнейших направлений развития моделей ГЭЦ, помимо увеличения скорости вычислений и измельчения используемой для расчёта сетки, следует

выделить учёт рельефа земной поверхности, учёт ионосферных генераторов, возможность ставить более широкий спектр граничных условий на поверхности Земли и верхней границе атмосферы, а также более вариативное описание грозовых генераторов, с одной стороны, позволяющее учитывать различные механизмы разделения зарядов в облаках, а с другой стороны, позволяющее учитывать сложную структуру самих облаков. Все эти вопросы подробно обсуждаются в данной работе.

Следует особо отметить, что математическим аспектам описания ГЭЦ в имеющейся литературе уделено недостаточное внимание. Даже в простейшем случае эквипотенциальных граничных поверхностей нетривиальная топология земной атмосферы приводит к необычным граничным условиям как в стационарном, так и в нестационарном случае [26]. В данной работе впервые обсуждается общий вид постановки задачи (в первую очередь в более сложном нестационарном случае) при различных граничных условиях, важных для приложений.

С точки зрения уравнений ГЭЦ «входными данными» её моделей являются распределения проводимости и грозовых генераторов, а также начальные и граничные условия. Поэтому в последние годы важным направлением теоретического исследования ГЭЦ является развитие параметризаций проводимости, учитывающих, в частности, возмущения потоков космических лучей, выпадения энергичных частиц, влияние аэрозолей и радиоактивности [8, 10, 31, 32]. Не менее важная задача построения реалистичных параметризаций грозовых генераторов изучена гораздо хуже: практически во всех задачах об электрических процессах в атмосфере источники описываются как заданное распределение постоянного стороннего тока, входящего в закон Ома как дополнительное по отношению к току проводимости слагаемое. Этот сторонний ток задаётся либо как набор точечных источников [21, 25, 30], либо (в более реалистичных моделях) как некоторое непрерывное распределение достаточно простой структуры [29, 33]. При упрощённом представлении ГЭЦ в виде токового контура исторически также рассматривались и другие типы источников, в частности генераторы постоянного напряжения [34]: введение источников другого типа позволяет учесть различные механизмы разделения зарядов в грозовых облаках [35], что может быть критически важным для теоретического понимания закономерностей функционирования ГЭЦ. Однако возможность включения таких источников до сих пор не реализована ни в одной численной модели ГЭЦ; вероятно, это связано со сложностью корректной математической формулировки и численной реализации соответствующих идей. В данной работе сделаны первые шаги на пути к решению этих задач.

Помимо расчётов в рамках численных моделей, для качественного

исследования общих физических механизмов функционирования ГЭЦ и связей между различными её компонентами часто оказывается полезным применение упрощающих задачу приближений. Сюда относятся аппроксимации ГЭЦ простыми токовыми контурами или разбиение атмосферы на одномерные столбцы (подобные приближения иногда применяются даже в численных моделях [22]). Несмотря на всё большее развитие вычислительных технологий, существующие численные модели ГЭЦ, основанные на решении уравнений для потенциала, пока ещё не позволяют рассмотреть значительную часть необходимых для приложений задач, поэтому во многих случаях приходится прибегать к приближённым подходам.

Отметим также значительное количество экспериментальных исследований атмосферного электричества, имеющих важнейшее значение для теоретического анализа и моделирования ГЭЦ. К таким исследованиям относятся, прежде всего, измерение токов над грозowymi облаками [11], измерение и анализ статистики приземных полей в области хорошей погоды [36, 37] и изучение внутренней структуры грозowych облаков [38]. Результаты этих исследований используются для определения значений параметров, входящих в модели ГЭЦ, и для верификации этих моделей.

### **Цели и задачи работы**

Основная цель работы — теоретическое исследование фундаментальных принципов функционирования ГЭЦ и динамики её основных параметров под влиянием различных возмущений. Для достижения этой цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Анализ и уточнение подходов к математическому описанию и моделированию ГЭЦ, формулировка соответствующих задач и уравнений, установление границ применимости различных приближённых способов описания ГЭЦ;
2. Теоретическое исследование чувствительности основных характеристик ГЭЦ (в первую очередь ионосферного потенциала) к возмущениям проводимости и параметров грозowych генераторов;
3. Теоретический анализ влияния на динамику ионосферного потенциала конкретных природных и антропогенных факторов (солнечная активность, повышенная радиоактивность в атмосфере);
4. Изучение зависимости значения ионосферного потенциала и его чувствительности к возмущениям от способа описания и особенностей параметризации грозowych генераторов.

### **Научная новизна работы**

В рамках работы был получен ряд новых результатов; перечислим наиболее важные из них.

1. Для нескольких типов граничных условий на поверхности Земли и

на верхней границе атмосферы впервые сформулированы и обоснованы корректные постановки стационарной и нестационарной задач о распределении квазистационарных полей и токов в сферической геометрии с учётом анизотропии проводимости; найдены вариационные формулировки этих задач.

2. Предложен метод включения грозových генераторов, аналогичных источникам постоянного напряжения в элементарных контурных моделях, в трёхмерные распределённые модели ГЭЦ (на сегодняшний день все существующие в мире численные модели ГЭЦ, не основанные на искусственном упрощении её структуры, позволяют описывать грозových генераторы только как источники постоянного тока).

3. Впервые подробно исследован вопрос о чувствительности ионосферного потенциала к возмущениям проводимости в различных частях атмосферного токового контура и к возмущениям интенсивности грозových генераторов при различных способах описания этих генераторов и при различных гипотезах о свойствах атмосферы в невозмущённом состоянии.

4. Задача о влиянии возмущений ионизации в атмосфере на ионосферный потенциал впервые рассмотрена при широком спектре возможных гипотез об источниках ГЭЦ и о свойствах невозмущённого состояния атмосферы. Путём сравнения теоретических оценок с имеющимися данными о динамике ионосферного потенциала во второй половине 20-го века установлены условия применимости известной гипотезы Марксона, утверждающей, что связь между ионизацией и ионосферным потенциалом осуществляется через возмущение распределения проводимости. Предложены альтернативные гипотезы, призванные объяснить имеющиеся данные.

5. Развита новая параметризация проводимости в атмосфере, позволяющая, в частности, более точно (по сравнению с другими параметризациями) описать динамику распределения скорости образования ионных пар в атмосфере на протяжении солнечного цикла.

6. Получены новые приближённые формулы для параметров эквивалентного диполя, на который можно заменить облако с более реалистичной и сложной внутренней структурой при включении его в модель ГЭЦ в качестве источника.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Полученные в работе результаты могут иметь важное значение как для теоретических, так и для экспериментальных исследований атмосферного электричества.

С теоретической точки зрения главная ценность работы состоит в полученных в ней формулировках стационарных и нестационарных задач о структуре квазистационарного электрического поля в атмосфере Земли

с различными типами граничных условий; поскольку атмосфера имеет геометрию сферического слоя, постановка задачи в данном случае требует учёта особенностей, связанных с нетривиальной топологией области. Приводимые в работе эквивалентные вариационные формулировки обсуждаемых задач могут быть положены (путём применения проекционных методов) в основу численных моделей ГЭЦ и моделей, описывающих проникновение электрических полей между нижней атмосферой и ионосферой, причём значительная часть обсуждаемых в работе граничных условий до сих пор не была реализована в полной общности в таких моделях (особенно в нестационарных). Кроме того, некоторые полученные в работе результаты могут оказаться полезными при включении в модели ГЭЦ облаков-источников со сложной структурой. Также в работе был предложен метод включения в трёхмерные распределённые модели ГЭЦ грозовых генераторов другого типа (соответствующих источникам постоянного напряжения в элементарных контурных моделях), что может послужить первым шагом на пути к решению важнейшей проблемы учёта различных механизмов разделения зарядов в грозовых облаках при включении их в численные модели ГЭЦ.

Проведённый в работе анализ прикладных задач наглядно демонстрирует, насколько сильно результаты теоретических предсказаний зависят от внутренней структуры грозовых облаков и от возмущений проводимости внутри них и под ними; однако малое количество и несистематический характер имеющихся на сегодняшний день сведений о грозовых облаках и о распределении проводимости в атмосфере не позволяют нам уверенно выбрать при теоретическом анализе и моделировании ГЭЦ ту или иную гипотезу. Результаты данной работы указывают на необходимость дополнительных экспериментальных исследований в этих направлениях, а также в направлении систематического исследования закономерностей динамики ионосферного потенциала на различных временных масштабах. Это тем более важно ввиду того, что ионосферный потенциал может служить индикатором состояния климатической системы и космического окружения Земли и, следовательно, установление механизмов, определяющих его динамику, имеет фундаментальное значение.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Стационарная и нестационарная задачи о распределении квазистационарных электрических полей и токов в атмосфере Земли с учётом анизотропии проводимости при любом из следующих граничных условий: (i) задание на границе потенциала, (ii) задание на границе нормальной компоненты плотности полного тока, (iii) смешанные граничные условия, (iv) задание потенциала на поверхности Земли и условие на внешней границе атмосферы, связывающее потенциал и нормальную компонен-



ту плотности полного тока в магнито-сопряжённых точках, — являются корректными и допускают вариационную формулировку, которая может быть положена в основу численных моделей.

2. Два традиционных способа описания грозовых генераторов в рамках упрощённых контурных моделей ГЭЦ (генераторы — источники постоянного тока и генераторы — источники постоянного напряжения) могут быть объединены в рамках единого подхода, предполагающего зависимость стороннего тока разделения зарядов в грозовых облаках от напряжённости электрического поля. В распределённых моделях ГЭЦ источникам постоянного напряжения соответствует задание потенциала с точностью до константы на границах грозовых облаков. Если в невозмущённой атмосфере проводимость характеризуется экспоненциальным профилем, то ионосферный потенциал наиболее чувствителен к возмущениям проводимости внутри грозовых облаков, когда они описываются как источники постоянного тока, и к возмущениям проводимости под грозовыми облаками, когда они описываются как источники постоянного напряжения.

3. Гипотеза Марксона о связи между ионосферным потенциалом и ионизацией в атмосфере через возмущения проводимости может быть справедливой лишь при существенной зависимости стороннего тока грозовых генераторов от электрического поля (когда грозовые генераторы близки к источникам постоянного напряжения) и при существенном повышении проводимости под грозовыми облаками из-за коронного разряда. Наблюдавшееся в 20-м веке поведение ионосферного потенциала может объясняться непосредственным влиянием ионизирующего излучения на характеристики грозовых генераторов.

4. Грозовые облака сложной вертикальной структуры в моделях ГЭЦ могут быть заменены эквивалентными диполями, оценка тока которых даётся полученной в работе формулой. Внутренняя структура грозовых генераторов, наряду с занимаемой ими площадью и амплитудой плотности стороннего тока внутри них, определяет их количественные вклады в ГЭЦ.

## **Публикации и апробация результатов**

Данная работа выполнена в Институте прикладной физики РАН. Результаты работы опубликованы в 4 статьях в ведущих в данной области рецензируемых российских и зарубежных журналах [A1–A4], обсуждались на семинарах Института прикладной физики РАН и докладывались на следующих российских и международных конференциях [A5–A12]:

- XVII Всероссийская школа-конференция молодых учёных «Состав атмосферы. Атмосферное электричество. Климатические процессы», Нижний Новгород, 23–25 сентября 2013;

- Всероссийская конференция «Глобальная электрическая цепь», Бо-

рок, 28 октября – 1 ноября 2013;

- International Conference on Atmospheric Electricity 2014, Norman, Oklahoma, USA, 15–20 June 2014;

- XVIII Всероссийская школа-конференция молодых учёных «Состав атмосферы. Атмосферное электричество. Климатические процессы», Борок, 29 сентября – 3 октября 2014;

- Вторая Всероссийская конференция «Глобальная электрическая цепь», Борок, 5–9 октября 2015.

### **Личный вклад автора**

Все изложенные в диссертации результаты получены лично автором диссертации или при его непосредственном участии. Для численных расчётов использовалась разработанная ранее модель [26], однако все использованные при расчётах параметризации входных данных для этой модели были построены автором в рамках данной работы. При подготовке полученных результатов к публикации совместно с соавторами автор диссертации также внёс определяющий вклад.

### **Структура и объём диссертации**

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Список литературы состоит из 122 наименований, включая 12 публикаций автора по теме диссертации. Общий объём диссертации составляет 157 страниц и включает 17 рисунков и 4 таблицы.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **Введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертационного исследования, сформулированы основные цели и задачи работы, указана её научная новизна, а также теоретическая и практическая значимость, перечислены основные положения, выносимые на защиту, указаны основные методы исследования, описаны структура и краткое содержание диссертации.

В **Главе 1** постановка задачи о ГЭЦ изучается с математической точки зрения. Выводятся уравнения, описывающие ГЭЦ в квазистационарном приближении, обсуждаются топологические особенности задачи и различные типы граничных условий.

В **разделе 1.1** рассматривается вывод уравнений, описывающих распределение квазистационарных электрических полей и токов в атмосфере Земли по известным источникам, задаваемым в виде некоторого распределения стороннего тока — дополнительного слагаемого  $\mathbf{j}^s$  в законе Ома (как правило,  $\mathbf{j}^s$  описывает ток разделения зарядов внутри грозových облаков). Под квазистационарностью при этом понимается возможность пренебречь

в уравнениях Максвелла<sup>1</sup> членом  $-(1/c) \partial \mathbf{H} / \partial t$ , учитывая в то же время ток смещения  $(1/c) \partial \mathbf{E} / \partial t$  (здесь  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — напряжённости электрического и магнитного поля,  $c$  — скорость света,  $t$  — время); квазистационарное приближение позволяет описывать электрическое поле в терминах скалярного потенциала  $\varphi$ . Атмосфера предполагается занимающей область  $\Omega$ , ограниченную поверхностью Земли  $\Gamma_1$  и нижней границей ионосферы  $\Gamma_2$ ; в случае простейших граничных условий, когда обе эти поверхности предполагаются эквипотенциальными, система уравнений для  $\varphi$  при заданных распределениях проводимости  $\sigma$  и плотности стороннего тока  $\mathbf{j}^s$  выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta \varphi(t, \mathbf{x}) + 4\pi \operatorname{div} (\sigma(t, \mathbf{x}) \operatorname{grad} \varphi(t, \mathbf{x})) = 4\pi \operatorname{div} \mathbf{j}^s(t, \mathbf{x}), \quad (1)$$

$$\oint_{\Gamma_1} \left( \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{grad} \varphi(t, \mathbf{x}) + 4\pi \sigma(t, \mathbf{x}) \operatorname{grad} \varphi(t, \mathbf{x}) \right) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) ds(\mathbf{x}) = 4\pi \oint_{\Gamma_1} \mathbf{j}^s(t, \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) ds(\mathbf{x}), \quad (2)$$

$$\varphi(t, \mathbf{x})|_{\Gamma_1} = 0, \quad \exists V_i(t): \varphi(t, \mathbf{x})|_{\Gamma_2} = V_i(t), \quad (3)$$

$$\varphi(t, \mathbf{x})|_{t=0} = \varphi_0(\mathbf{x}), \quad (4)$$

где  $V_i$  — неизвестная функция времени (ионосферный потенциал),  $\mathbf{x}$  обозначает пространственные координаты,  $\mathbf{n}$  — внешняя нормаль к  $\Gamma_1$ , а  $\varphi_0$  — начальное распределение потенциала, удовлетворяющее условиям  $\varphi_0(\mathbf{x})|_{\Gamma_1} = 0$  и  $\varphi_0(\mathbf{x})|_{\Gamma_2} = \text{const}$ . Важнейшие особенности задачи (1)–(4), связанные с нетривиальной топологией атмосферы, заключаются в том, что, во-первых, уравнение (1) всегда должно рассматриваться в паре с интегральным соотношением (2), а во-вторых, ионосферный потенциал  $V_i$  не задаётся в явном виде, а является частью решения задачи [A1, A9].

Стационарный вариант задачи (1)–(4) описывается системой уравнений

$$\operatorname{div} (\sigma(\mathbf{x}) \operatorname{grad} \varphi(\mathbf{x})) = \operatorname{div} \mathbf{j}^s(\mathbf{x}), \quad (5)$$

$$\oint_{\Gamma_1} (\sigma(\mathbf{x}) \operatorname{grad} \varphi(\mathbf{x})) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) ds(\mathbf{x}) = \oint_{\Gamma_1} \mathbf{j}^s(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) ds(\mathbf{x}), \quad (6)$$

$$\varphi(\mathbf{x})|_{\Gamma_1} = 0, \quad \exists V_i: \varphi(\mathbf{x})|_{\Gamma_2} = V_i; \quad (7)$$

здесь  $V_i$  — неизвестная постоянная.

В разделе 1.2 приводятся формулировки задач о квазистационарных полях в атмосфере при более сложных граничных условиях на  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ .

<sup>1</sup>Все уравнения здесь и далее записываются в гауссовой системе единиц.

Проводимость при этом предполагается, вообще говоря, анизотропной и имеющей вид

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{P}} & -\sigma_{\text{H}} \\ 0 & \sigma_{\text{H}} & \sigma_{\text{P}} \end{pmatrix}$$

в системе координат, первая ось которой параллельна магнитному полю Земли.

Граничным условиям Дирихле для рассматриваемой задачи соответствует задание на границах атмосферы распределения потенциала; такая задача возникает, в частности, при учёте магнитосферных и ионосферных генераторов ГЭЦ [6]. Более точно, в этом случае на одной из компонент границы задаётся распределение потенциала, а на другой — распределение потенциала с точностью до прибавления неизвестной функции времени, являющейся частью решения.

Граничным условиям Неймана для рассматриваемой задачи отвечает задание на границах атмосферы распределения нормальной компоненты полной плотности тока (включающей плотность тока проводимости, стороннего тока и тока смещения). Решение задачи в этом случае будет единственным с точностью до прибавления произвольной функции времени.

В случае смешанных граничных условий (когда условие Дирихле ставится на одной части общей границы атмосферы ( $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$ ), а условие Неймана — на другой) структура граничных условий определяется тем, как именно компоненты связности границы  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  разбиты на части.

Ещё один тип граничных условий, важный для приложений, может быть поставлен на внешней компоненте границы  $\Gamma_2$  в случае, когда она симметрична. В этом случае можно задать на  $\Gamma_2$  разность  $\hat{\varphi}_2$  потенциалов пар магнито-сопряжённых точек и сумму  $\hat{j}_2$  нормальных компонент полной плотности тока в этих точках (предполагая, что на больших высотах  $\sigma_{\text{P}}, \sigma_{\text{H}} \ll \sigma_{\parallel}$ , и пренебрегая отличием нормальной компоненты тока от его компоненты, направленной вдоль силовых линий геомагнитного поля, мы придём к задаче с  $\hat{\varphi}_2 = 0$  и  $\hat{j}_2 = 0$  [21]). На другой компоненте границы  $\Gamma_1$  можно поставить, например, условие Дирихле.

В каждом из перечисленных случаев при выполнении определённых условий совместности, связывающих задаваемые начальные и граничные значения потенциала и нормальной компоненты полной плотности тока, задача корректна (то есть её решение существует, единственно и в некотором смысле непрерывно зависит от параметров) и допускает эквивалентную формулировку в виде интегрального тождества, которая может быть положена в основу численных моделей [A1, A6, A9]; более подробно эти вопросы обсуждаются в **Приложении А**. Кроме того, в каждом из названных случаев ионосферный потенциал, понимаемый в каждый момент

времени как разность усреднённых значений потенциала на  $\Gamma_1$  и на  $\Gamma_2$ , однозначно определяется решением задачи.

В **Главе 2** исследуются наиболее общие аспекты теории ГЭЦ, описываемой уравнениями (1)–(4) и (5)–(7): изучаются общие свойства уравнений и аналитические соотношения, которые могут быть получены в простых случаях, устанавливается связь между различными типами моделей ГЭЦ.

В **разделе 2.1** перечисляются общие свойства уравнений ГЭЦ (во многом унаследованные от уравнений электродинамики): корректность, стабилизация решения, принцип суперпозиции, теорема взаимности. Важным следствием принципа суперпозиции является возможность говорить о вкладах отдельных грозовых облаков в ГЭЦ.

**Раздел 2.2** содержит некоторые аналитические формулы, выражающие ионосферный потенциал через параметры задачи и справедливые при определённых предположениях относительно распределения проводимости. Например, если в сферических координатах  $(r, \vartheta, \psi)$  поверхности  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  суть концентрические сферы  $r = r_{\min}$  и  $r = r_{\max}$  соответственно, а проводимость имеет вид  $\sigma(r, \vartheta, \psi) = a(r) \cdot b(\vartheta, \psi)$ , то ионосферный потенциал в стационарной задаче (5)–(7) может быть найден по формуле [A1]

$$V_i = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{1}{a(r)} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} j_r^s(r, \vartheta, \psi) \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\psi \, dr \bigg/ \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} b(\vartheta, \psi) \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\psi. \quad (8)$$

**Раздел 2.3** посвящён исследованию моделей ГЭЦ в плоскопараллельной геометрии и их связи с более реалистичными сферическими моделями. Если модельная атмосфера представляет собою плоскопараллельный слой  $\Omega$ , в декартовых координатах  $(x, y, z) = (\boldsymbol{\rho}, z) = \mathbf{x}$  заключённый между поверхностями  $z = 0$  ( $\Gamma_1$ ) и  $z = z_{\max}$  ( $\Gamma_2$ ), то в случае простейшего экспоненциального распределения проводимости  $\sigma(x, y, z) = \sigma_0 \exp(z/H)$  решение задачи

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\sigma(\mathbf{x}) \operatorname{grad} \varphi(\mathbf{x})) &= \operatorname{div} \mathbf{j}^s(\mathbf{x}), \\ \varphi(\mathbf{x})|_{\Gamma_1} &= 0, \quad \varphi(\mathbf{x})|_{\Gamma_2} = V_i, \end{aligned}$$

соответствующей (5)–(7) при данной геометрии, существует и единственно при любом значении константы  $V_i$  и может быть найдено по формуле  $\varphi(\mathbf{x}) = \Phi(\mathbf{x}) + \Psi(z, V_i)$  с

$$\Phi(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \operatorname{div} \mathbf{j}^s(\mathbf{x}') \, d\mathbf{x}', \quad \Psi(z, V_i) = \frac{1 - \exp(-z/H)}{1 - \exp(-z_{\max}/H)} V_i,$$

где  $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  — функция Грина для задачи с нулевыми граничными условиями, допускающая выражение в виде достаточно громоздкого ряда [A9]

(такое решение обобщает частные случаи, рассмотренные в классических работах [35, 39]). Таким образом, в плоскопараллельной геометрии, в отличие от сферической, ионосферный потенциал  $V_i$  не является частью решения задачи, а должен явно задаваться при постановке граничных условий. Однако можно показать, что в рассмотренной выше задаче ионосферный потенциал может быть приближённо найден из условия баланса токов через  $\Gamma_2$ , соответствующих  $\Phi(\mathbf{x})$  и  $\Psi(z, V_i)$ , если при вычислении второго из этих токов осуществить предельный переход к сферической геометрии [A9].

В разделе 2.4 развивается достаточно общий приближённый метод исследования ГЭЦ, обобщающий классические модели ГЭЦ, в которых атмосфера заменяется эквивалентным токовым контуром или разбивается на несколько вертикальных «столбцов», в каждом из которых задача аппроксимируется одномерной. Демонстрируется, что формальным условием применимости такого подхода является выполнение соотношений вида  $L_k \gg R$ , где  $L_k$  — характерный горизонтальный размер  $k$ -ого столбца, а  $R$  — вертикальный масштаб модельной атмосферы. Если границы атмосферы суть сферы  $r = r_{\min}$  и  $r = r_{\max}$ , то ионосферный потенциал может быть приближённо вычислен по формуле [A2]

$$V_i = \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_k \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{j_r^{(k)}(r) dr}{\sigma^{(k)}(r)}}{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{dr}{r^2 \sigma^{(k)}(r)}} \bigg/ \sum_{k=1}^n \frac{\gamma_k}{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{dr}{r^2 \sigma^{(k)}(r)}}, \quad (9)$$

в которой  $\sigma^{(k)}(r)$  и  $j_r^{(k)}(r)$  — проводимость и радиальная плотность стороннего тока в  $k$ -ом столбце, а  $\gamma_k$  — телесный угол, который этот столбец ограничивает. Формуле (9) также можно придать интерпретацию в терминах эквивалентного токового контура с резисторами и источниками тока.

**Глава 3** посвящена различным задачам, так или иначе связанным с влиянием возмущений проводимости и параметров грозовых генераторов на динамику ГЭЦ и прежде всего её основных характеристик. Особое внимание уделяется задачам о влиянии на ионосферный потенциал солнечной активности и возмущений проводимости в стратосфере.

В разделе 3.1 обсуждаются основные подходы, используемые в дальнейших рассуждениях этой главы. Перечисляются наиболее важные особенности, связанные с описанием грозовых облаков. Приводится простейшая модельная задача о вкладе отдельного облака в ГЭЦ, и на её примере демонстрируются два основных метода исследования: расчёты с помощью

численной модели и приближённые аналитические оценки в рамках подхода **раздела 2.4**.

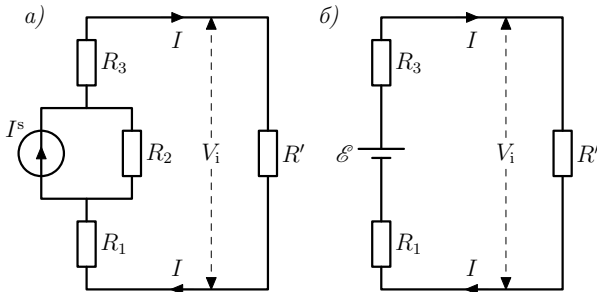


Рис. 1. Эквивалентный токовый контур в случае описания грозовых генераторов как источников постоянного тока (а) и как источников постоянного напряжения (б)

подходов (см. рисунок 1а) в точности соответствует представлению источников в виде заданного распределения стороннего тока  $\mathbf{j}^s$ , которое применялось в **Главах 1** и **2** [АЗ, А8]. Второй подход (см. рисунок 1б) до сих пор не применялся ни в одной численной модели ГЭЦ, однако его важность состоит в том, что он позволяет учитывать более широкий спектр механизмов разделения зарядов в облаках [35]. Можно показать, что при описании ГЭЦ на языке распределения полей и токов в трёхмерном пространстве этому подходу отвечает задание распределения потенциала на поверхности грозового облака<sup>2</sup> с точностью до неизвестной функции времени (в нестационарном случае) или константы (в стационарном случае); при этом внутренность облака вообще не рассматривается, а на его границе ставится дополнительное интегральное условие, аналогичное (2) и (6). Такая задача также корректна с математической точки зрения.

На языке контурных моделей два подхода приводятся к единой концепции источника стороннего тока, значение которого  $I^s$  зависит от электрического поля  $E$  внутри него; характерный вид такой зависимости показан сплошной линией на рисунке 2. Полагая поле внутри источника постоянным, с помощью контура рисунка 1а для источника с вертикальным размером  $\Delta h$  мы можем записать уравнение

$$I^s(E) = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R'}{R_2(R_1 + R_3 + R')} E \Delta h. \quad (10)$$

Его решение определяется пересечением двух линий на рисунке 2; положение точки пересечения в отсутствие возмущений и определяет режим ра-

<sup>2</sup>Или каждого из грозовых облаков, если рассматривается сразу много источников.

В **разделе 3.2** сравниваются два исторически сложившихся подхода к описанию грозовых генераторов в контурных моделях — описание их как источников постоянного тока и как источников постоянного напряжения [34, 39]. Первый из этих

боты грозового генератора. Источники постоянного тока и источники постоянного напряжения становятся предельными случаями такого описания [A3, A12], когда угол наклона пунктирной линии велик или мал.

**Раздел 3.3** посвящён, во-первых, исследованию влияния понижения проводимости внутри грозовых облаков на их вклад в ионосферный потенциал, а во-вторых, анализу применимости приближённого подхода **раздела 2.4**. На примере нескольких модельных задач путём сравнения оценок с численными расчётами показывается, что динамика интегральных характеристик ГЭЦ, в частности ионосферного потенциала, передаётся упрощёнными моделями качественно верно, несмотря на возможные количественные неточности [A2, A8].

В **разделе 3.4** устанавливается связь между ионосферным потенциалом и полным током в ГЭЦ при различных способах описания источников. В частности, демонстрируется, что при однородных возмущениях проводимости в стратосфере в рамках модели с источниками постоянного напряжения ионосферный потенциал и полный ток изменяются «в фазе», а в рамках модели с источниками стороннего тока — «в противофазе», если учтено понижение проводимости внутри грозовых облаков (в противном случае изменения ионосферного потенциала незначительны) [A3].

**Раздел 3.5** содержит общие оценки чувствительности ионосферного потенциала к возмущениям проводимости и интенсивности грозовых генераторов при различных предположениях о невозмущённом состоянии атмосферы. Использование контурной модели ГЭЦ позволяет вычислять чувствительность аналитически; демонстрируется, в частности, что при условии, что в невозмущённом состоянии проводимость во всей атмосфере описывается одним и тем же экспоненциальным профилем, ионосферный потенциал наиболее чувствителен к возмущениям проводимости внутри грозовых облаков и под ними, если грозовые генераторы описываются как источники постоянного тока, и к возмущениям проводимости под грозовыми облаками, если грозовые генераторы описываются как источники постоянного напряжения [A2, A3].

**Раздел 3.6** посвящён оценкам влияния возмущений ионизации в стратосфере на ионосферный потенциал в связи с проблемой объяснения его

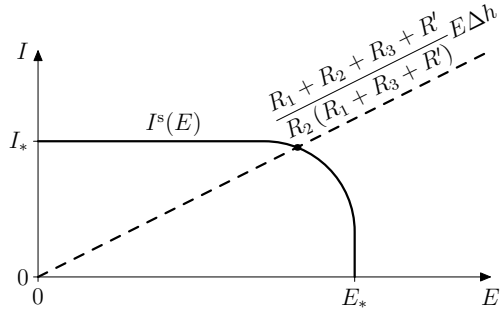


Рис. 2. Схематическое изображение зависимости  $I^s(E)$  и графическое решение уравнения (10)



Гипотеза	$\Delta V_i/V_i$
ИПТ, $A = 1, B = 1$	0%
ИПТ, $A = 1, B = 10$	-5%
ИПТ, $A = 20, B = 1$	2%
ИПТ, $A = 20, B = 10$	-5%
ИПН, $A = 1$	10%
ИПН, $A = 20$	70%

Табл. 1. Оценки возмущения ионосферного потенциала при повышении проводимости в стратосфере в 2 раза при различных гипотезах о типе грозových генераторов (ИПТ — источники постоянного тока, ИПН — источники постоянного напряжения), о повышении проводимости под грозowymi облаками ( $A$  — кратность повышения) и о понижении проводимости внутри грозových облаков ( $B$  — кратность понижения) [A3]

шующая Марксоном, собраны в таблице 1 (гипотезам из оригинальной работы Марксона [34] соответствует последняя строка). Обсуждаются другие механизмы, которые могли бы объяснить данные наблюдений, в частности влияние возмущений ионизации на процессы разделения зарядов.

В разделе 3.7 результаты раздела 3.6 подкрепляются численным моделированием с использованием более точной параметризации динамики проводимости в течение 11-летнего солнечного цикла в случае грозových генераторов — источников постоянного тока. Результаты решения модельной задачи приведены на рисунке 3. К качественно схожим результатам приводит модельная задача о солнечной вспышке, допускающая аналитическое решение по формуле (8) [A3, A12].

Глава 4 посвящена особенностям параметризации грозových облаков в случае, когда они описываются как источники постоянного тока. Исследуется связь между распределениями стороннего тока и заряда, изучается вопрос о роли внутренней структуры грозových облаков в моделировании ГЭЦ и в соотношениях между основными её параметрами.

В разделе 4.1 обсуждаются соотношения между распределениями плотности стороннего тока и плотности заряда в грозových облаках. Демонстрируется, что по заданной плотности стороннего тока плотность заряда вычисляется однозначно, а для решения обратной задачи (даже с

динамики во второй половине 20-го века. Рассматриваются вопросы о влиянии на ионосферный потенциал солнечной активности, а также повышенной радиоактивности в период масштабных испытаний ядерного оружия в 1950-е — 1960-е годы. Обсуждается гипотеза Марксона [7, 34] о том, что механизм, обеспечивающий такое влияние, связан исключительно с возмущениями проводимости в стратосфере; демонстрируется, что для справедливости этой гипотезы необходимы существенная зависимость стороннего тока грозových генераторов от электрического поля и существенное повышение проводимости под грозowymi облаками [A3, A5, A7, A12]. Результаты оценок с помощью контурной модели ГЭЦ, обобщающих задачу, изучав-

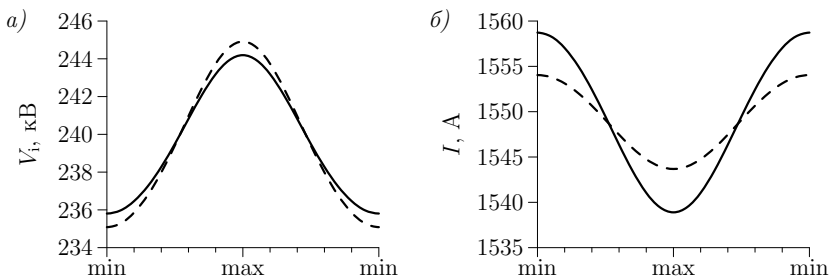


Рис. 3. Динамика ионосферного потенциала (а) и полного тока (б) на протяжении одного цикла солнечной активности в случае грозowych облаков — источников стороннего тока по данным численного решения модельной задачи [А3]. Сплошная линия соответствует невозмущённой проводимости внутри грозowych облаков, пунктирная линия — пониженной в 10 раз

точностью до ротора некоторого векторного поля) необходимо ещё задать полный заряд Земли. Процедура определения плотности заряда по известной плотности стороннего тока обсуждается также в одномерном приближении. Из рисунка 4, построенного для трёхполосного модельного облака, видно, что понижение проводимости внутри грозowego облака может играть заметную роль в формировании его нижнего положительного заряда [А4, А10].

В разделе 4.2 обсуждается вопрос о замене реалистичных грозowych облаков в моделях ГЭЦ на эквивалентные диполи; такая замена является оправданной, если рассматриваются глобальные задачи, для которых особенности внутренней структуры источника не важны. Выводится приближённая формула для оценки тока таких диполей [А4]; для облака диаметром около 15 км погрешность этой формулы может составлять порядка 25%, однако тот же подход можно применить, вычисляя токи эквивалентных диполей для облаков различных типов с помощью численной модели.

**Раздел 4.3** посвящён изучению соотношений между основными характеристиками ГЭЦ: ионосферным потенциалом, полным током, числом грозowych генераторов. Демонстрируется, что вклад грозowego генератора в ГЭЦ пропорционален произведению  $\eta S j_0$ , в котором  $S$  — площадь, занимаемая грозowym генератором,  $j_0$  — характерное значение плотности стороннего тока внутри него, а  $\eta$  — фактор, определяемый его внутренней структурой [А4].

В **Заключении** перечислены основные результаты работы.

**Приложение А** посвящено строгому математическому рассмотрению задач, обсуждавшихся в разделе 1.2. Для основного случая, когда на границе задаётся электрический потенциал (условия Дирихле), выво-

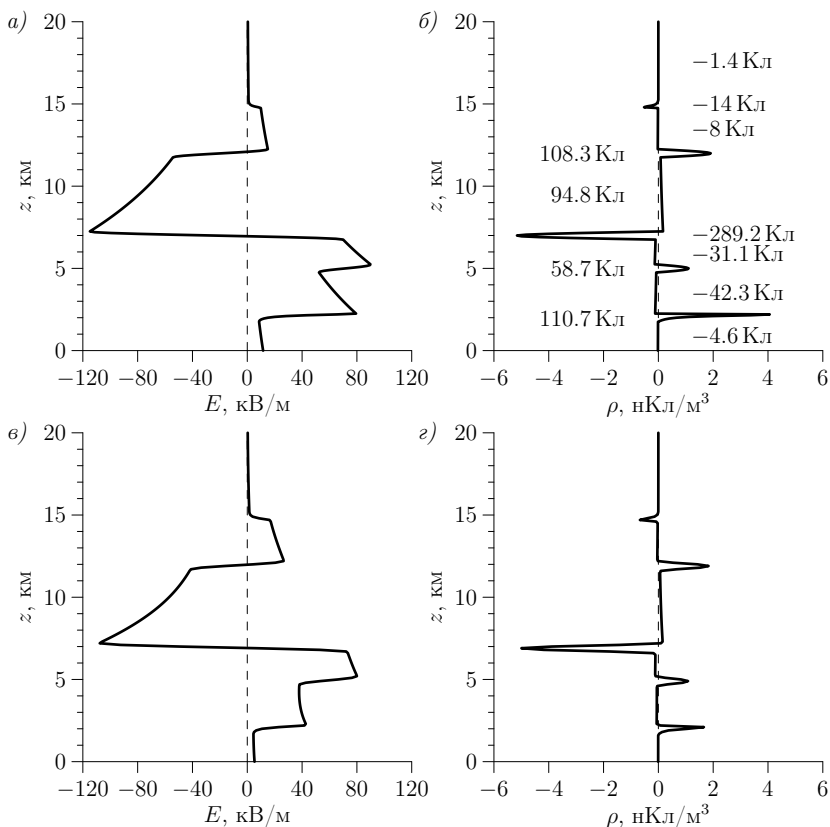


Рис. 4. Рассчитанные в одномерном приближении вертикальные профили электрического поля (*а*) и объёмной плотности заряда (*б*) в области источника (также указаны интегральные значения заряда в области источника для различных интервалов высот); рассчитанные с помощью численной модели вертикальные профили электрического поля (*в*) и объёмной плотности заряда (*з*) в центре источника [A4]. Диаметр модельного облака — 15 км, восходящий сторонний ток занимает область 7–12 км, нисходящий (меньший по амплитуде) — 5–7 км, проводимость понижена во всём облаке (2–15 км) в 10 раз

дится вариационная формулировка задачи, удобная для построения на её основе численных моделей, приводится доказательство её корректности, доказывается теорема о стабилизации решения. Для других типов граничных условий приводятся вариационные формулировки задачи и отмечаются особенности её математического исследования.

**Приложение Б** содержит описание новой параметризации атмосферной проводимости, использовавшейся в расчётах **раздела 3.7**; эта

параметризация основана на имеющихся данных измерений и нацелена главным образом на более точный учёт влияния солнечной активности на масштабе 11-летних циклов.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Найдены корректные постановки стационарной и нестационарной задач о распределении квазистационарных электрических полей и токов в атмосфере Земли с учётом анизотропии проводимости в случае различных граничных условий (задание на границе потенциала; задание на границе нормальной компоненты плотности полного тока; смешанные граничные условия; условие на внешней границе, связывающее потенциал и нормальную компоненту плотности полного тока в магнито-сопряжённых точках). Доказаны математические утверждения о корректности соответствующих задач, получены их вариационные формулировки. Найденные постановки могут служить основой численных моделей для решения задач о ГЭЦ и о проникновении полей между атмосферой и ионосферой.

2. Исследованы особенности описания ГЭЦ в рамках плоскопараллельных и упрощённых многостолбцовых и контурных моделей. Показано, что в плоскопараллельных моделях ГЭЦ для однозначной разрешимости задачи ионосферный потенциал должен задаваться явно как часть граничных условий; предложен способ определения ионосферного потенциала в таких задачах с помощью предельного перехода к сферической геометрии. Сформулированы формальные критерии применимости упрощённых многостолбцовых и контурных моделей ГЭЦ. Получены приближённые формулы для ионосферного потенциала.

3. В рамках упрощённого описания ГЭЦ два традиционных способа описания грозовых генераторов (генераторы — источники постоянного тока и генераторы — источники постоянного напряжения) объединены в рамках единого подхода, предполагающего зависимость стороннего тока разделения зарядов в грозовых облаках от напряжённости электрического поля. Показано, что источникам постоянного напряжения в распределённых моделях ГЭЦ соответствует задание потенциала с точностью до константы на границах грозовых облаков.

4. С помощью упрощённой модели ГЭЦ получены оценки чувствительности ионосферного потенциала к возмущениям проводимости в различных частях атмосферного электрического контура. Показано, что в случае использования для описания невозмущённого состояния атмосферы экспоненциального профиля проводимости во всех точках земной поверхности ионосферный потенциал наиболее чувствителен к возмущениям проводимости внутри грозовых облаков и под ними, если грозовые генераторы описываются как источники постоянного тока, и к возмущениям

проводимости под грозовыми облаками, если грозовые генераторы описываются как источники постоянного напряжения.

5. С помощью приближённого анализа и численных расчётов получены оценки возмущений ионосферного потенциала, вызванных изменениями солнечной активности (для чего была разработана новая параметризация проводимости) и повышением радиоактивности в стратосфере. Показано, что широко известная гипотеза Марксона о связи между ионосферным потенциалом и ионизацией в атмосфере через возмущения проводимости может быть справедливой лишь при существенной зависимости стороннего тока грозовых генераторов от электрического поля (когда грозовые генераторы близки к источникам постоянного напряжения) и при существенном повышении проводимости под грозовыми облаками из-за коронного разряда. В качестве альтернативного объяснения динамики ионосферного потенциала, наблюдаемой на протяжении цикла солнечной активности, и всплеска, наблюдавшегося в период масштабных испытаний ядерного оружия в 1950-х — 1960-х годах, предложено учитывать непосредственное влияние ионизирующего излучения на характеристики грозовых генераторов.

6. Исследована связь между постановками задачи о нахождении электрических полей в атмосфере по заданному распределению плотности стороннего тока и по заданному распределению плотности заряда. Показано, что существенное изменение проводимости в окрестности нижней границы облака может давать вклад в нижний положительный заряд.

7. Рассмотрена связь между основными параметрами ГЭЦ — ионосферным потенциалом, полным током и числом грозовых генераторов — с учётом неоднозначности параметризации её источников; установлены основные факторы, определяющие вклад источников в ГЭЦ. Проанализирована степень применимости приближения в моделях ГЭЦ реалистичных грозовых облаков эквивалентными диполями; получена формула для нахождения эквивалентного тока, исследована её точность.

## ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

A1. *Калинин А. В., Слюняев Н. Н., Мареев Е. А., Жидков А. А.* Стационарные и нестационарные модели глобальной электрической цепи: корректность, аналитические соотношения, численная реализация // Изв. РАН. ФАО. 2014. Т. 50, № 3. С. 355–364.

A2. *Slyunyaev N. N., Mareev E. A., Kalinin A. V., Zhidkov A. A.* Influence of large-scale conductivity inhomogeneities in the atmosphere on the global electric circuit // J. Atmos. Sci. 2014. V. 71, no. 11. P. 4382–4396.

A3. *Slyunyaev N. N., Mareev E. A., Zhidkov A. A.* On the variation of the ionospheric potential due to large-scale radioactivity enhancement and

solar activity // J. Geophys. Res. Space Physics. 2015. V. 120, no. 8. P. 7060–7082.

А4. *Слюняев Н. Н., Жидков А. А.* О параметризации источников глобальной электрической цепи // Изв. вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59, № 3. С. 223–242.

А5. *Слюняев Н. Н., Мареев Е. А., Калинин А. В., Жидков А. А.* О влиянии областей повышенной проводимости в атмосфере на ионосферный потенциал // XVII Всероссийская школа-конференция молодых учёных «Состав атмосферы. Атмосферное электричество. Климатические процессы». 2013. С. 51.

А6. *Калинин А. В., Мареев Е. А., Слюняев Н. Н., Жидков А. А.* Корректность постановок и алгоритмы решения стационарных и квазистационарных задач глобальной электрической цепи // Всероссийская конференция «Глобальная электрическая цепь». 2013. С. 12.

А7. *Слюняев Н. Н., Мареев Е. А., Калинин А. В., Жидков А. А.* Оценка изменения ионосферного потенциала вследствие крупномасштабных возмущений проводимости в атмосфере // Всероссийская конференция «Глобальная электрическая цепь». 2013. С. 17.

А8. *Mareev E. A., Slyunyaev N. N., Kalinin A. V., Zhidkov A. A.* On the description of thunderstorm generators and its relation to the impact of large-scale conductivity inhomogeneities on the ionospheric potential // Proceedings of the XV International Conference on Atmospheric Electricity. 2014.

А9. *Slyunyaev N. N., Kalinin A. V., Mareev E. A., Zhidkov A. A.* Calculation of the ionospheric potential in steady-state and non-steady-state models of the global electric circuit // Proceedings of the XV International Conference on Atmospheric Electricity. 2014.

А10. *Слюняев Н. Н., Жидков А. А.* Влияние особенностей источников глобальной электрической цепи на ионосферный потенциал // XVIII Всероссийская школа-конференция молодых учёных «Состав атмосферы. Атмосферное электричество. Климатические процессы». 2014. С. 68.

А11. *Мареев Е. А., Калинин А. В., Слюняев Н. Н., Жидков А. А.* Направления развития теории глобальной электрической цепи // Вторая Всероссийская конференция «Глобальная электрическая цепь». 2015. С. 9–11.

А12. *Слюняев Н. Н., Мареев Е. А.* Влияние солнечной активности на динамику ионосферного потенциала // Вторая Всероссийская конференция «Глобальная электрическая цепь». 2015. С. 14.

## СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Анисимов С. В., Мареев Е. А.* Геофизические исследования глобальной электрической цепи // Физика Земли. 2008. № 10. С. 8–18.

2. *Rycroft M. J., Harrison R. G., Nicoll K. A., Mareev E. A.* An overview of Earth's global electric circuit and atmospheric conductivity // *Space Sci. Rev.* 2008. V. 137, no. 1–4. P. 83–105.
3. *Williams E. R.* The global electrical circuit: A review // *Atmos. Res.* 2009. V. 91, no. 2–4. P. 140–152.
4. *Мареєв Е. А.* Достижения и перспективы исследований глобальной электрической цепи // *УФН.* 2010. Т. 180, № 5. С. 527–534.
5. *Wilson C. T. R.* Investigations on lightning discharges and on the electric field of thunderstorms // *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A.* 1921. V. 221. P. 73–115.
6. *Roble R. G., Hays P. B.* A quasi-static model of global atmospheric electricity: 2. Electrical coupling between the upper and lower atmosphere // *J. Geophys. Res.* 1979. V. 84, no. A12. P. 7247–7256.
7. *Markson R.* The global circuit intensity: Its measurement and variation over the last 50 years // *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 2007. V. 88, no. 2. P. 223–241.
8. *Rycroft M. J., Harrison R. G.* Electromagnetic atmosphere–plasma coupling: The global atmospheric electric circuit // *Space Sci. Rev.* 2012. V. 168, no. 1. P. 363–384.
9. *Williams E., Mareev E.* Recent progress on the global electrical circuit // *Atmos. Res.* 2014. V. 135–136. P. 208–227.
10. *Zhou L., Tinsley B. A.* Global circuit model with clouds // *J. Atmos. Sci.* 2010. V. 67, no. 4. P. 1143–1156.
11. *Mach D. M., Blakeslee R. J., Bateman M. G.* Global electric circuit implications of combined aircraft storm electric current measurements and satellite-based diurnal lightning statistics // *J. Geophys. Res.* 2011. V. 116, no. D5. D05201.
12. *Kartalev M. D., Rycroft M. J., Papitashvili V. O.* A quantitative model of the effect of global thunderstorms on the global distribution of ionospheric electrostatic potential // *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.* 2004. V. 66, no. 13–14. P. 1233–1240.
13. *Denisenko V. V., Ampferer M., Pomozov E. V., Kitaev A. V., Hausleitner W., Stangl G., Biernat H. K.* On electric field penetration from ground into the ionosphere // *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.* 2013. V. 102. P. 341–353.
14. *Pulinets S., Davidenko D.* Ionospheric precursors of earthquakes and Global Electric Circuit // *Adv. Space Res.* 2014. V. 53, no. 5. P. 709–723.
15. *Markson R., Ruhnke L. H., Williams E. R.* Global scale comparison of simultaneous ionospheric potential measurements // *Atmos. Res.* 1999. V. 51, no. 3–4. P. 315–321.
16. *Fischer H.-J., Mühleisen R.* Variationen des Ionosphären-Potentials

und der Weltgewittertätigkeit im 11 jährigen solaren Zyklus // Meteorol. Rundsch. 1972. Bd. 25. S. 6–10.

17. *Markson R., Muir M.* Solar wind control of the Earth's electric field // Science. 1980. V. 208, no. 4447. P. 979–990.

18. *Harrison R. G., Usoskin I.* Solar modulation in surface atmospheric electricity // J. Atmos. Sol. Terr. Phys. 2010. V. 72, no. 2–3. P. 176–182.

19. *Harrison R. G.* The global atmospheric electrical circuit and climate // Surv. Geophys. 2004. V. 25, no. 5. P. 441–484.

20. *Mareev E. A., Volodin E. M.* Variation of the global electric circuit and ionospheric potential in a general circulation model // Geophys. Res. Lett. 2014. V. 41, no. 24. P. 9009–9016.

21. *Hays P. B., Roble R. G.* A quasi-static model of global atmospheric electricity: 1. The lower atmosphere // J. Geophys. Res. 1979. V. 84, no. A7. P. 3291–3305.

22. *Makino M., Ogawa T.* Responses of atmospheric electric field and air-earth current to variations of conductivity profiles // J. Atmos. Terr. Phys. 1984. V. 46, no. 5. P. 431–445.

23. *Browning G. L., Tzur I., Roble R. G.* A global time-dependent model of thunderstorm electricity. Part I: Mathematical properties of the physical and numerical models // J. Atmos. Sci. 1987. V. 44, no. 15. P. 2166–2177.

24. *Stansbery E. K., Few A. A., Geis P. B.* A global model of thunderstorm electricity // J. Geophys. Res. 1993. V. 98, no. D9. P. 16591–16603.

25. *Морозов В. Н.* Модель нестационарного электрического поля в нижней атмосфере // Геомагнетизм и аэронавигация. 2005. Т. 45, № 2. С. 268–278.

26. *Жидков А. А., Калинин А. В.* Некоторые вопросы математического и численного моделирования глобальной электрической цепи в атмосфере // Вестн. Нижегородского ун-та им. Н. И. Лобачевского. 2009. № 6(1). С. 150–158.

27. *Rycroft M. J., Odzimek A.* Effects of lightning and sprites on the ionospheric potential, and threshold effects on sprite initiation, obtained using an analog model of the global atmospheric electric circuit // J. Geophys. Res. 2010. V. 115, no. A6. A00E37.

28. *Baumgaertner A. J. G., Lucas G. M., Thayer J. P., Mallios S. A.* On the role of clouds in the fair weather part of the global electric circuit // Atmos. Chem. Phys. 2014. V. 14, no. 16. P. 8599–8610.

29. *Bayona V., Flyer N., Lucas G. M., Baumgaertner A. J. G.* A 3-D RBF-FD solver for modeling the atmospheric global electric circuit with topography (GEC-RBFFD v1.0) // Geosci. Model Dev. 2015. V. 8, no. 10. P. 3007–3020.

30. *Jánský J., Pasko V. P.* Charge balance and ionospheric potential dynamics in time-dependent global electric circuit model // J. Geophys. Res.



Space Physics. 2014. V. 229, no. 12. P. 10184–10203.

31. *Tinsley B. A., Zhou L.* Initial results of a global circuit model with variable stratospheric and tropospheric aerosols // J. Geophys. Res. 2006. V. 111, no. D16. D16205.

32. *Baumgaertner A. J. G., Thayer J. P., Neely III R. R., Lucas G.* Toward a comprehensive global electric circuit model: Atmospheric conductivity and its variability in CESM1(WACCM) model simulations // J. Geophys. Res. Atmos. 2013. V. 118, no. 16. P. 9221–9232.

33. *Davydenko S. S., Mareev E. A., Marshall T. C., Stolzenburg M.* On the calculation of electric fields and currents of mesoscale convective systems // J. Geophys. Res. 2004. V. 109, no. D11. D11103.

34. *Markson R.* Solar modulation of atmospheric electrification and possible implications for the Sun-weather relationship // Nature. 1978. V. 273, no. 5658. P. 103–109.

35. *Willett J. C.* Solar modulation of the supply current for atmospheric electricity? // J. Geophys. Res. 1979. V. 84, no. C8. P. 4999–5002.

36. *Harrison R. G.* Twentieth-century atmospheric electrical measurements at the observatories of Kew, Eskdalemuir and Lerwick // Weather. 2006. V. 58, no. 1. P. 11–19.

37. *Анисимов С. В., Галиченко С. В., Шихова Н. М., Афиногенов К. В.* Электричество конвективного атмосферного пограничного слоя: натурные наблюдения и численное моделирование // Изв. вузов. Радиофизика. 2014. Т. 50, № 4. С. 445–454.

38. *Stolzenburg M., Marshall T. C.* Electric field and charge structure in lightning-producing clouds // In: Lightning: Principles, Instruments and Applications, ed. by Betz H. D., Schumann U., Laroche P. P. 57–82. Netherlands: Springer, 2009.

39. *Holzer R. E., Saxon D. S.* Distribution of electrical conduction currents in the vicinity of thunderstorms // J. Geophys. Res. 1952. V. 57, no. 2. P. 207–216.

## ОГЛАВЛЕНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

<b>Введение</b>	<b>5</b>
<b>1. Постановка задачи о глобальной электрической цепи с математической точки зрения</b>	<b>18</b>
1.1. Вывод уравнений ГЭЦ . . . . .	18
1.2. Постановки задачи о ГЭЦ при различных граничных условиях: основные результаты . . . . .	27
1.2.1. Предварительные замечания . . . . .	27
1.2.2. Задача Дирихле . . . . .	28
1.2.3. Задача Неймана . . . . .	29

1.2.4.	Смешанная задача . . . . .	30
1.2.5.	Граничные условия, связывающие потенциал и ток в магнито-сопряжённых точках . . . . .	32
<b>2.</b>	<b>Математические модели глобальной электрической цепи различных типов</b>	<b>34</b>
2.1.	Общие свойства уравнений ГЭЦ . . . . .	34
2.2.	Аналитические выражения для ионосферного потенциала . . . . .	36
2.3.	Описание ГЭЦ в плоскопараллельной геометрии . . . . .	40
2.4.	Многостолбцовые модели ГЭЦ и эквивалентные токовые контуры . . . . .	46
<b>3.</b>	<b>Влияние возмущений проводимости и параметров грозовых генераторов на динамику глобальной электрической цепи</b>	<b>53</b>
3.1.	Используемые подходы . . . . .	53
3.1.1.	Особенности описания грозовых облаков . . . . .	53
3.1.2.	Основные характеристики ГЭЦ . . . . .	55
3.1.3.	Модельная задача . . . . .	57
3.1.4.	Расчёты с помощью численной модели . . . . .	58
3.1.5.	Аналитические оценки . . . . .	60
3.2.	Грозовые облака — источники постоянного тока и грозовые облака — источники постоянного напряжения . . . . .	61
3.2.1.	Два подхода к описанию грозовых облаков . . . . .	61
3.2.2.	Общий взгляд на различные способы описания грозовых облаков . . . . .	65
3.3.	Учёт понижения проводимости внутри грозовых облаков и применимость приближённого анализа . . . . .	68
3.3.1.	Учёт понижения проводимости внутри грозовых облаков . . . . .	68
3.3.2.	О применимости приближённого анализа . . . . .	73
3.4.	Связь между ионосферным потенциалом и полным током в ГЭЦ . . . . .	76
3.5.	Оценки чувствительности ионосферного потенциала к возмущениям проводимости и интенсивности грозовых генераторов . . . . .	80
3.6.	Оценки влияния возмущений источников ионизации в атмосфере на динамику ионосферного потенциала . . . . .	86
3.6.1.	Динамика ионосферного потенциала . . . . .	86
3.6.2.	Влияние повышения радиоактивности в стратосфере на ионосферный потенциал . . . . .	88
3.6.3.	Влияние солнечной активности на ионосферный потенциал: элементарные оценки . . . . .	91

3.7.	Влияние солнечной активности на динамику ионосферного потенциала на протяжении солнечного цикла: результаты численных расчётов . . . . .	94
3.7.1.	Предварительные замечания . . . . .	94
3.7.2.	Параметризация проводимости . . . . .	95
3.7.3.	Модельная задача . . . . .	95
3.7.4.	Обсуждение результатов . . . . .	97
3.7.5.	Задача о солнечной вспышке . . . . .	100
3.7.6.	Заключительные замечания . . . . .	101
<b>4.</b>	<b>Параметризация источников глобальной электрической цепи</b>	<b>103</b>
4.1.	Связь между плотностью заряда и плотностью стороннего тока . . . . .	103
4.1.1.	Общие соображения . . . . .	103
4.1.2.	Одномерное описание источников ГЭЦ . . . . .	106
4.1.3.	Определение плотности заряда по плотности стороннего тока в одномерной модели . . . . .	107
4.2.	Эквивалентный диполь . . . . .	111
4.3.	Соотношения между основными характеристиками ГЭЦ . .	115
	<b>Заключение</b>	<b>118</b>
	<b>Приложение А. Математическое исследование постановки задачи о глобальной электрической цепи</b>	<b>120</b>
A.1.	Общие замечания . . . . .	120
A.2.	Необходимые функциональные пространства и операторы следов . . . . .	121
A.3.	Предположения относительно проводимости . . . . .	125
A.4.	Задача Дирихле . . . . .	126
A.5.	Задача Неймана . . . . .	136
A.6.	Смешанная задача . . . . .	137
A.7.	Граничные условия, связывающие потенциал и ток в магнито-сопряжённых точках . . . . .	138
	<b>Приложение Б. Параметризация динамики атмосферной проводимости на протяжении солнечного цикла</b>	<b>140</b>
B.1.	Профили температуры и давления . . . . .	140
B.2.	Коэффициент ион-ионной рекомбинации . . . . .	140
B.3.	Скорость образования ионных пар . . . . .	140
B.4.	Подвижность ионов . . . . .	145
B.5.	Проводимость . . . . .	145
	<b>Список литературы</b>	<b>147</b>

СЛЮНЯЕВ Николай Николаевич

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
СТРУКТУРЫ И ДИНАМИКИ  
ГЛОБАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ**

Автореферат

Подписано к печати 14.07.2016 г.  
Формат  $60 \times 90 \frac{1}{16}$ . Усл. печ. л. 1,75.  
Тираж 100 экз. Заказ № 75 (2016).

Отпечатано в типографии Института прикладной физики РАН  
603950, Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46